

1. Siehe: Einstiegsvoraussetzungen für das 1. Semester – Mathematik C

1.1. Grundlegende Begriffe und Rechenregeln

1.2. Zahlen und Maße

- Zahlenmengen
- Bruchrechnen
- Prozentrechnung
- Potenzen und Gleitkommadarstellung
- Einheiten

1.3. Algebra und Geometrie

- Terme
- Gleichungen
- Formelumformungen
- Verhältnisse und Proportionen

2. Bereich: Zahlen und Maße

2.1. Fehlerrechnung (Begriffe **absoluter** und **relativer Fehler**)

Wenn man eine Zahl x durch Messung ermitteln will oder gerundet angibt, dann kennt man nicht x selbst sondern nur einen Näherungswert x_0 von x .

Die Zahl $\Delta x = x_0 - x$ heißt **absoluter Fehler**,

$|\Delta x| = |x_0 - x|$ heißt dann **Betrag des absoluten Fehlers** und $\left| \frac{\Delta x}{x} \right| \approx \left| \frac{\Delta x}{x_0} \right|$ heißt **relativer Fehler**.

Übungsbeispiel:

Bsp. Der Radius r eines Kreises liegt zwischen 3,35 cm und 3,45 cm also $r = 3,4 \pm 0,05$ cm. Wir runden π auf 3,1, also $\pi = 3,1 \pm 0,05$ cm. Berechnen Sie den kleinst- und größtmöglichen Kreisumfang U sowie den absoluten und relativen Fehler.

Lösung: $U = 21,1 \pm 0,7$ cm Der absolute Fehler beträgt also 0,7, der relative $\approx 0,03$

3. Bereich: Algebra und Geometrie

3.1. Potenzen mit rationalen Exponenten = Wurzel

n-te Wurzel aus einer nichtnegativen Zahl a heißt jene nichtnegative Zahl w, deren n-te Potenz gleich a ist:

$$w = \sqrt[n]{a} \Leftrightarrow w^n = a$$

a....Radikand

n....Wurzelexponent

w....n-te Wurzel aus a

Wurzel als Potenz schreiben: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, $a > 0$, $n, m \in \mathbb{Z}$
 $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Übungsbeispiele:

Teilweise Wurzelziehen: a) $\sqrt[4]{243a^4b^2c^9}$

Vereinfachen: b) $\sqrt[3]{a\sqrt{a^3\sqrt{a}}} =$ c) $\sqrt[3]{a^2b}\sqrt{ab^2}$

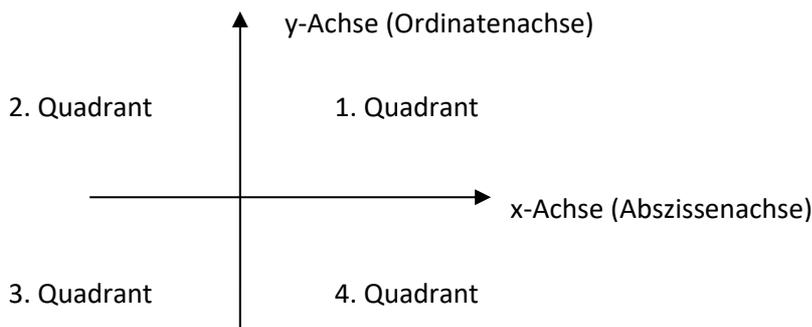
Lösung: a) $3ac^2\sqrt[4]{3b^2c}$ b) $a^{\frac{5}{9}}$ c) $a^{\frac{7}{6}}b^{\frac{4}{3}}$

3.2. grundlegende Begriffe der Geometrie

Halbgerade (Strahl): einseitig begrenztes Geradenstück

Strecke: zweiseitig begrenztes Geradenstück

rechtwinkeliges Koordinatensystem (kartesisches Koordinatensystem, wenn die Einheiten auf beiden Achsen gleich sind)



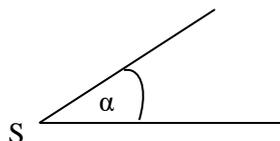
Winkel: Zwei Halbgeraden (Schenkel, Strahlen) mit gemeinsamen Anfangspunkt S (Scheitel) bestimmen einen Winkel.

Winkelmessung: Gradmaß

$0^\circ < \alpha < 90^\circ$ spitzer Winkel

$\alpha = 90^\circ$ rechter Winkel

$90^\circ < \alpha < 180^\circ$ stumpfer Winkel



3.3. wichtige Dreiecke

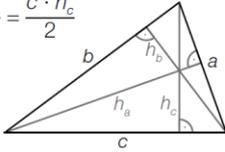
rechtwinkeliges, gleichschenkeliges, gleichseitiges, stumpfwinkeliges Dreieck

Dreieck

$$u = a + b + c$$

Allgemeines Dreieck

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

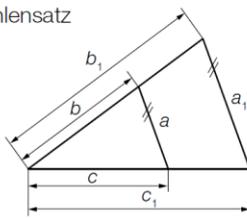


Heron'sche Flächenformel

$$A = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)} \text{ mit } s = \frac{a + b + c}{2}$$

Ähnlichkeit und Strahlensatz

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$



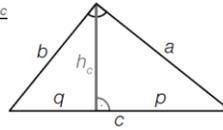
Rechtwinkeliges Dreieck mit Hypotenuse c und Katheten a, b

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$h_c^2 = p \cdot q$$

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$



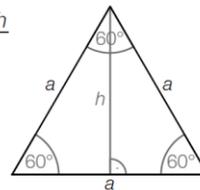
Satz des Pythagoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Gleichseitiges Dreieck

$$A = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$



3.4. Sätze im rechtwinkligen Dreieck:

Satz des Pythagoras: $c^2 = a^2 + b^2$

Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Quadrate der Katheten gleich dem Quadrat der Hypotenuse.

Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$

Das Quadrat der Höhe eines rechtwinkligen Dreiecks ist gleich dem Produkt der beiden Hypotenusenabschnitte.

Kathetensatz: $a^2 = c \cdot p$ $b^2 = c \cdot q$

Das Quadrat einer Kathete ist gleich dem Produkt aus der Hypotenuse mit dem Hypotenusenabschnitt, welcher der Kathete anliegt.

Unter einer **Dreieckshöhe** versteht man die Gerade, die durch einen Eckpunkt geht und normal auf die gegenüberliegende Seite bzw. deren Verlängerung steht.

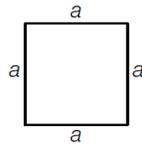
Die Gerade durch den Mittelpunkt einer Dreiecksseite und den gegenüberliegenden Eckpunkt heißt **Schwerlinie**.

3.4. wichtige Vierecke: Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Trapez, Deltoid

Quadrat

$$A = a^2$$

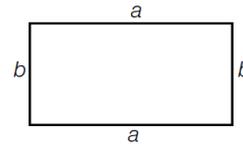
$$u = 4 \cdot a$$



Rechteck

$$A = a \cdot b$$

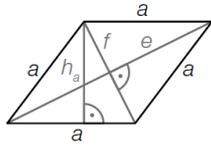
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Raute (Rhombus)

$$A = a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$$

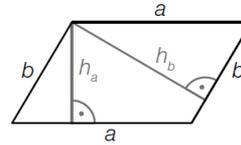
$$u = 4 \cdot a$$



Parallelogramm

$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

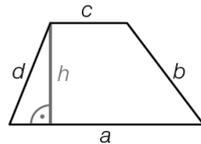
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



Trapez

$$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

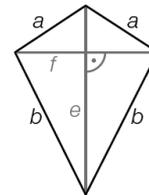
$$u = a + b + c + d$$



Deltoid

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

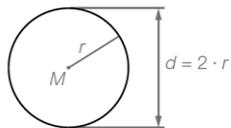
$$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$



3.5. Kreis

$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$$

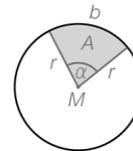


Kreisbogen und Kreissektor

α im Gradmaß ($^\circ$)

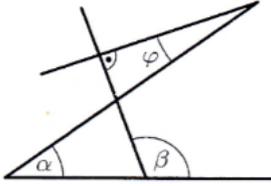
$$b = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$$

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{b \cdot r}{2}$$



Übungsbeispiele:

1.



Geben Sie φ in Abhängigkeit von α und β an. Für welchen Winkel β gilt $\varphi = 2\alpha$?

Lösung: $\varphi = 90^\circ + \alpha - \beta$, $\beta = 90^\circ - \alpha$

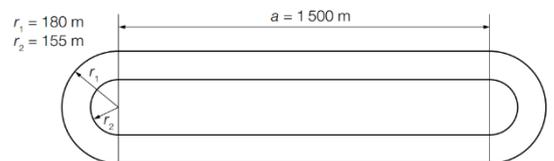
2. Von einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete $a = 6,0\text{cm}$ und die Hypotenuse $c = 8,0\text{cm}$ bekannt. Berechnen Sie die Kathete b , die Hypotenusenabschnitte p und q , die Höhe h und die Fläche A .

Lösung: $b = 5,3\text{cm}$; $p = 4,5\text{cm}$; $q = 3,5\text{cm}$; $h = 4,0\text{cm}$; $A = 16(\text{cm})^2$

3. Susanne und Rene spielen ein Autorennspiel auf einer Spielkonsole. Dabei fahren sie mit je einem Auto einige Runden auf einem Rundkurs.

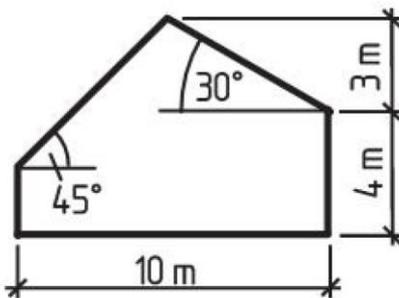
Der Kurs hat die in der nachstehenden Abbildung dargestellte Form.

Berechnen Sie die Länge der Strecke, die ein Auto, das genau in der Mitte der Fahrbahn fährt, in einer Runde zurücklegt.



Lösung: Länge = 4052 m

4. Bestimmen Sie die Größe der Wandfläche.



Lösung: $A = 50,6 \text{ m}^2$

3.6. Körper

V ... Volumen
 O ... Inhalt der Oberfläche
 G ... Inhalt der Grundfläche

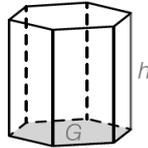
M ... Inhalt der Mantelfläche
 u_G ... Umfang der Grundfläche

Prisma

$$V = G \cdot h$$

$$M = u_G \cdot h$$

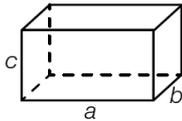
$$O = 2 \cdot G + M$$



Quader

$$V = a \cdot b \cdot c$$

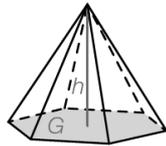
$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$



Pyramide

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$

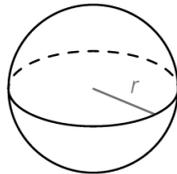
$$O = G + M$$



Kugel

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

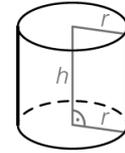


Drehzylinder

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

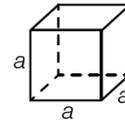
$$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$



Würfel

$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$



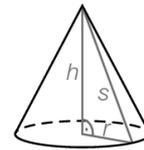
Drehkegel

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$M = \pi \cdot r \cdot s$$

$$O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$$

$$s = \sqrt{h^2 + r^2}$$

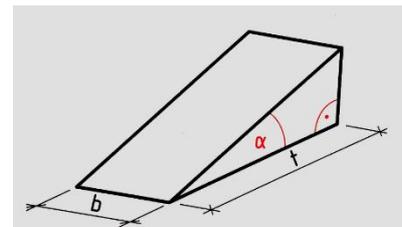


Übungsbeispiele

1. In nachstehender Skizze ist ein Keil dargestellt. Gegeben sind dabei die Längen b und t sowie der Winkel α .

Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens auf. Verwenden sie dabei b , t und α .

$V =$ _____

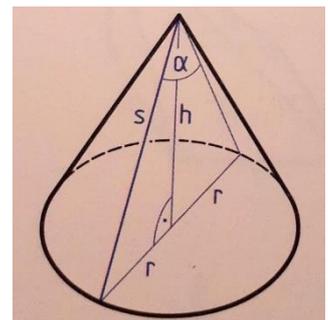


Lösung: $V = \frac{t^2 \cdot b \cdot \tan \alpha}{2}$

b) Auf einem orientalischen Markt werden verschiedene Gewürze kegelförmig aufgeschüttet. Die Höhe eines solchen Kegels beträgt $3dm$ und der Öffnungswinkel beträgt 120° .

- Berechnen Sie das Volumen eines Kegels.
- Ein Gewürz hat eine Dichte von $1,5 \frac{g}{cm^3}$. Wie viele Packungen zu je $50g$ können aus einem Gewürzkegel abgepackt werden?

Lösung: $V = 84823cm^3$, 2544 Packungen



3.7. Trigonometrie

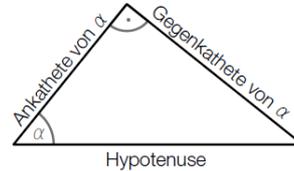
- Sinus, Kosinus und Tangens eines Winkels im rechtwinkligen Dreieck
- geometrische Probleme des Fachgebietes behandeln.

Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

Sinus: $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

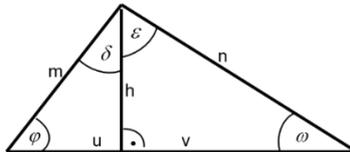
Cosinus: $\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$

Tangens: $\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$



Übungsbeispiele:

1. Geben Sie folgende Winkelfunktionen durch ihre Seitenverhältnisse an:



Lösung: $\sin \varphi = \frac{h}{m}$, $\cos \delta = \frac{h}{m}$, $\tan \varepsilon = \frac{v}{h} = \cot \omega$, $\cos \omega = \frac{v}{n}$

$\sin \varphi =$

$\cos \delta =$

$\tan \varepsilon =$

$\cot \omega =$

$\cos \omega =$

2. Gleichschenkeliges Dreieck:

a) geg.: $a = 160 \text{ mm}$, $\gamma = 50^\circ$

ges.: α , c , h_c , ρ , r

b) geg.: $h_a = 50 \text{ mm}$, $\gamma = 70^\circ$

ges.: α , a , c , r , ρ

Lösung: a) $\alpha = 65^\circ$, $c = 135,24 \text{ mm}$, $h_c = 145,01 \text{ mm}$, $\rho = 43,08 \text{ mm}$, $r = 88,27 \text{ mm}$

b) $\alpha = 55^\circ$, $a = 53,21 \text{ mm}$, $c = 61,04 \text{ mm}$, $r = 32,48 \text{ mm}$, $\rho = 15,89 \text{ mm}$

3. Trapez: geg.: $a = 50 \text{ cm}$, $b = 35 \text{ cm}$, $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 20^\circ$

ges.: h , e , f , c , d , γ , δ

Lösung: $h = 11,97 \text{ cm}$, $e = 20,88 \text{ cm}$, $d = 12,74 \text{ cm}$, $c = 12,75 \text{ cm}$, $f = 47,18 \text{ cm}$, $\delta = 110^\circ$, $\gamma = 160^\circ$

4. Steigung einer Straße

Eine Alpenstraße überwindet bei einer Horizontalentfernung von 2000m einen Höhenunterschied von 180m.

Berechnen Sie die mittlere Steigung dieser Straße, sowie ihren mittleren Steigungswinkel.

Lösung: $k = 9\%$, $\alpha = 5,1^\circ$

5. Zwei Kräfte $F_1 = 1,18 \text{ kN}$ und $F_2 = 2,25 \text{ kN}$ stehen normal aufeinander. Berechnen Sie ihre Resultierende R und den Winkel zwischen R und F_1 .

Lösung: $R = 2,54 \text{ kN}$, Winkel = $62,3^\circ$

3.7. Terme

- Terme vereinfachen
- binomische Formeln
- faktorisieren durch Herausheben
- Bruchterme vereinfachen, Definitionsmenge bestimmen

Übungsbeispiele:

1. Berechnen Sie unter Verwendung der binomischen Formeln:

$$\text{a) } \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = \quad \text{b) } \left(-a + \frac{1}{4}\right)^2 = \quad \text{c) } \left(-2a - \frac{1}{2}\right)^2 = \quad \text{d) } \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$\text{Lösung: a) } a^2 - a + \frac{1}{4} \quad \text{b) } a^2 - \frac{a}{2} + \frac{1}{16} \quad \text{c) } 4a^2 + 2a + \frac{1}{4} \quad \text{d) } -2a$$

2. Faktorisieren Sie:

$$\text{a) } 3x^3 - 2x = \quad \text{b) } 16uv - 12uv^2 = \quad \text{c) } x^2 + 4xy + 4y^2 = \quad \text{d) } a^2 - 0,25 =$$

$$\text{Lösung: a) } x(3x^2 - 2) \quad \text{b) } 4uv(4 - 3v) \quad \text{c) } (x + 2y)^2 \quad \text{d) } (a + 0,5)(a - 0,5)$$

3. Vereinfachen und kürzen Sie soweit wie möglich:

$$\left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+3}\right) \cdot \frac{x+3}{x+5} =$$

$$\text{Lösung: } \frac{1}{x+1}$$

4. Vereinfachen und kürzen Sie soweit wie möglich und geben Sie die Definitionsmenge \mathbb{D} an:

$$\frac{1-x}{1+x} - \frac{1+x}{1-x} + \frac{4x}{1-x^2} = \dots = 0$$

$$\text{Lösung: } \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$$

3.8. Gleichungen

- **quadratischer Gleichungen** (Lösungsformel)

$$p, q \in \mathbb{R}$$

$$a, b, c \in \mathbb{R} \text{ mit } a \neq 0$$

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Satz von Vieta

x_1 und x_2 sind genau dann die Lösungen der Gleichung $x^2 + p \cdot x + q = 0$, wenn gilt:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Zerlegung in Linearfaktoren:

$$x^2 + p \cdot x + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Übungsbeispiele:

1. Lösen Sie nach der auftretenden Variablen:

a) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = 0$

b) $3x^2 - 12x + 15 = 0$

c) $x^2 + 25 = 10x$

Lösungen: a) $\mathbb{L} = \{2,4\}$

b) $\mathbb{L} = \{ \}$

c) $\mathbb{L} = \{5\}$

2. Geben Sie die Bedingung für a an, damit die Gleichung $\frac{1}{2}x^2 + 4x + a = 0$

a) genau eine Lösung

b) zwei Lösungen

c) keine reelle Lösung besitzt.

d) Geben Sie für a) die Lösung an.

Lösung: a) $a = 8$, b) $a < 8$, c) $a > 8$, d) $x = -4$

3. Berechnen sie die fehlenden Koeffizienten und die zweite Lösung der Gleichung $x^2 + px + q = 0$

a) $p = 7, x_1 = -9$;

b) $q = -30, x_1 = 5$.

Lösung: a) $q = -18, x_2 = 2$; b) $p = 1, x_2 = -6$

3.9 Gleichungssysteme mit zwei und mehr Variablen lösen, Lösungsverhalten von Gleichungssystemen

- **Substitutionsverfahren** (substituieren = einsetzen, ersetzen)

$$I : 4x + 7y = 1$$

$$II: 3x + y = 5 \rightarrow y = 5 - 3x \quad (\text{Substitutionsgleichung})$$

$$I : 4x + 7(5 - 3x) = 1$$

$$4x + 35 - 21x = 1$$

$$-17x = -34$$

$$x = 2$$

x einsetzen in die Substitutionsgleichung: $y = 5 - 6 = -1$

Lösung: Punkt mit den Koordinaten (2/-1)

- **Additionsverfahren**

$$I : 3x + 2y = 5 \quad | \cdot 5$$

$$II: 4x - 5y = -1 \quad | \cdot 2$$

$$15x + 10y = 25 \quad \text{Gleichungen addieren}$$

$$8x - 10y = -2$$

$$23x = 23$$

$$x = 1$$

$$I : 3 \cdot 1 + 2y = 5 \quad x=1 \text{ in Gleichung I einsetzen und } y \text{ ausrechnen}$$

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

Lösung: Punkt mit den Koordinaten (1/1)

Übungsbeispiel

1. Lösen Sie folgendes Gleichungssystem: $x - 3y = 7$ Lösung: (-2/-3)
 $4x + 5y = -23$

2. Gegeben ist ein Gleichungssystem in zwei Variablen.

Geben Sie die Variablen a und c so an, dass es keine, genau eine bzw. unendlich viele Lösungen gibt.

I. $3x - 4y = c$

II. $ax + 4y = 15$

keine Lösung: _____

genau eine Lösung: _____

unendlich viele Lösungen: _____

Lösung: keine Lösung für $a = -3, c \neq -15$, unendl. viele Lösungen für $a = -3$ und $c = -15$, genau eine Lösung für $a \neq -3, c \neq -15$

2. Lösen Sie folgendes Gleichungssystem:

$$x - y + z = 0$$

$$4x + 8y = 12$$

$$\underline{-8y - 5z = 0}$$

Lösung: $x = 1,70$, $y = 0,65$, $z = -1,04$

3.4. Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3

- Darstellung von Vektoren, Betrag eines Vektors, Orts- und Richtungsvektor
- Verknüpfungen von Vektoren (Multiplikation mit einem Skalar, Addition, Subtraktion, Skalarprodukt, vektorielles Produkt)

Übungsbeispiele:

1. Gegeben sind Punkte $P(3/6)$ und $Q(-1/5)$. Berechnen Sie den Betrag des Vektors $\vec{a} = \overline{PQ}$ und seinen Einheitsvektor \vec{a}_0 und stellen Sie den Vektor grafisch dar.

Lösung: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $|\vec{a}| = \sqrt{17}$, $\vec{a}_0 = \begin{pmatrix} 0,97 \\ 0,24 \end{pmatrix}$

2. Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Berechne seinen Betrag und den Winkel α , den er mit der x-Achse einschließt.

Lösung: $|\vec{a}| = 3,61$, $\alpha = 33,7^\circ$

3. Vom Vektor \vec{b} ist der Betrag 4 und der Winkel $\beta = 38^\circ$ zur x-Achse, von einem anderen Vektor \vec{c} der Betrag 3 und der Winkel $\gamma = 130^\circ$ zur x-Achse. Wie lauten die Koordinaten der beiden Vektoren?

Lösung: $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3,15 \\ 2,46 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1,93 \\ 2,30 \end{pmatrix}$

4. Resultierende eines ebenen Kräftesystems

Ein ebenes Kräftesystem soll reduziert werden, d.h.

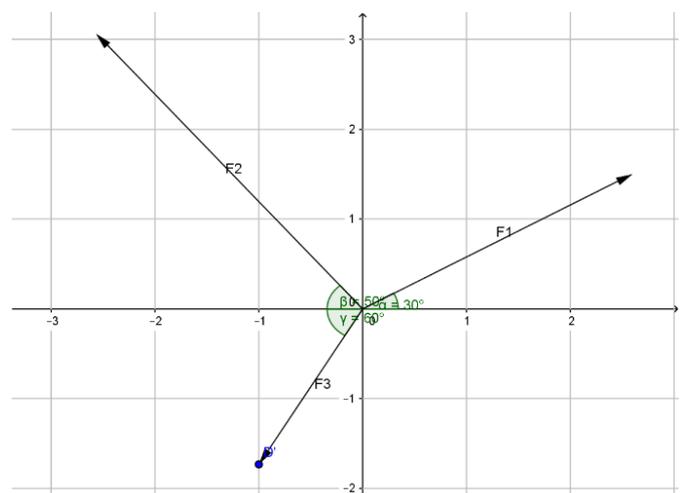
die Resultierende der Kräfte nach Betrag und

Richtung bestimmt werden. Folgende Angaben liegen vor:

$$F_1 = 200 \text{ N}, F_2 = 300 \text{ N}, F_3 = 150 \text{ N}$$

sowie $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.

Lösung: $F_{RX} = -94,6 \text{ N}$, $F_{RY} = 199,9 \text{ N}$, $F_R = 221,2 \text{ N}$



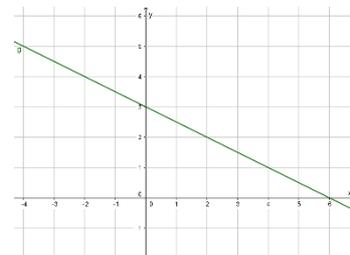
4. Bereich: Funktionale Zusammenhänge

- **Umkehrfunktion** (grafisch als Spiegelung an der 1. Mediane)
- **Eigenschaften** von Funktionen, wie Nullstelle, Monotonie, Polstelle und Asymptoten
- **Parameter und Eigenschaften** wichtiger Funktionen (lineare Funktion, quadratische Funktion, Potenzfunktion, Wurzelfunktion, Polynomfunktion)
- **Skizzieren** im rechtwinkligen Koordinatensystem und den Einfluss der Parameter erläutern ($y = a \cdot f(x + b) + c$)
- Bei **technische Fragestellungen** anwenden. (Kosten- und Preistheorie, s - t , v - t , a - t -Diagramm)

Übungsaufgaben:

1. a) Stellen Sie die Gleichung der Geraden g auf, die durch die Punkte $A(-4|5)$ und $B(4|1)$ geht.
 b) Ermitteln Sie die Schnittpunkte dieser Geraden mit beiden Koordinatenachsen.
 c) Geben Sie die Gleichung jener Geraden an, die zu g parallel ist und durch $P(-2|-2)$ geht.
 d) Stellen Sie die Funktion graphisch dar.

Lösung: a) $y = -0,5 \cdot x + 3$ b) $S_y = (0|3)$; $S_x = N = (6|0)$ c) $y = -0,5 \cdot x - 3$ d)



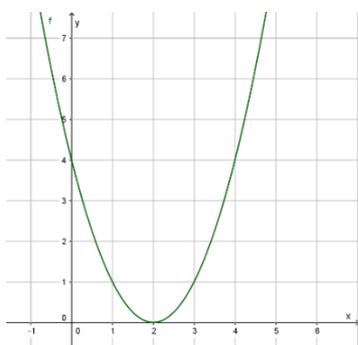
2. Der Graph einer quadratischen Funktion geht durch drei Punkte. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung.

- a) $P(2|2)$, $Q(-1|-2,5)$, $R(3|-4,5)$
- b) $A(-2|6)$, $B(-1|3)$, $C(5|27)$

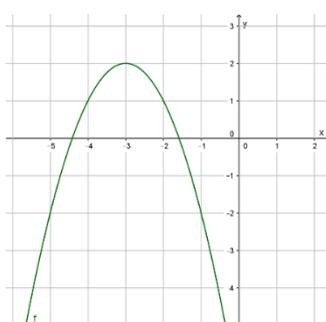
Lösung: a) $y = -2x^2 + 3,5x + 3$ b) $y = x^2 + 2$

3. Ermitteln Sie die Gleichung der quadratischen Funktion.

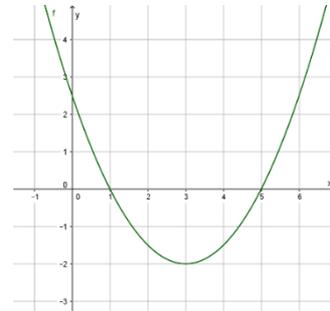
a)



b)



c)



Lösung: a) $y = (x - 2)^2$

b) $y = -(x + 3)^2 + 2$

c) $y = 0,5(x - 3)^2 - 2$

4. Von einer Aussichtsterrasse $H = 150$ m wird ein Stein mit der Geschwindigkeit $v_0 = 5$ m/s emporgeschleudert. Die Höhe zum Zeitpunkt t lässt sich mit der folgenden Formel berechnen:

$$h(t) = H + v_0 t - 5t^2$$

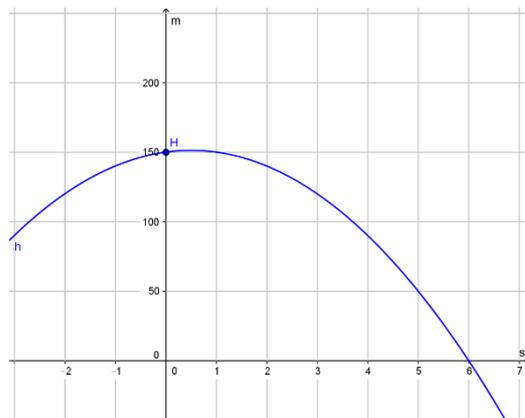
- Geben Sie die Funktion vollständig an.
- Berechnen Sie die Zeit bis zum Auftreffen des Steins auf dem Boden.
- Berechnen Sie die maximale Höhe des Steins.
- Zeichnen Sie einen Graphen der den Sachverhalt beschreibt.

Lösung: a) $h(t) = 150 + 5t - 5t^2$

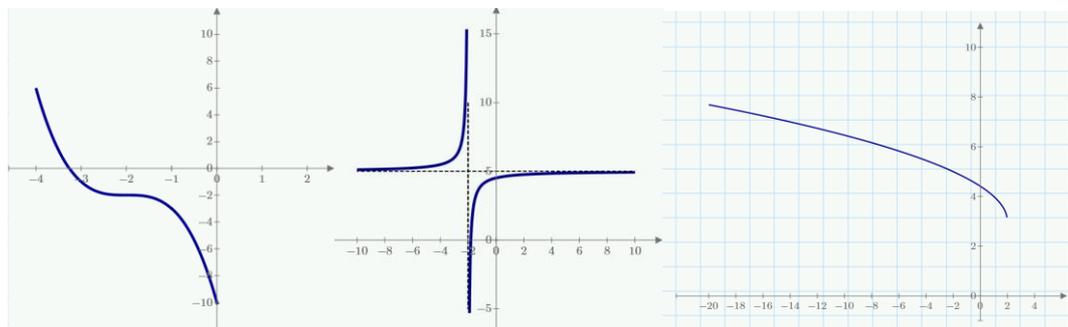
b) $t = 6$ s

c) $h(0.5) = 151.25$ m

d)



5. Geben Sie für folgende vier Kurven richtige **Funktionsgleichungen**, **Asymptoten** und die **Definitionsmengen** an und berechnen Sie die **Schnittpunkte mit den Achsen** und geben Sie die **Polstellen** an.



Lösungen: a) $y = -(x + 2)^3 - 2$, Schnittpunkte mit den Achsen: $N(-3,36/0)$, $S_y(0/-10)$, $D = \mathbb{R}$, keine Asymptoten;

b) $y = \frac{-1}{x+2} + 5$, Schnittpunkte mit den Achsen: $N(-1,8/0)$, $S_y(0/4,5)$, $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, Asymptoten $x = -2$, $y = 5$, Polstelle bei $x = -2$

c) $y = \sqrt{2-x} + 3$, Schnittpunkt mit der y-Achse $S_y(0/4,414)$, $D =]-\infty; 2]$, keine Asymptoten