LINZER
TECHNIKUM

htl paul-hahn-straße

HTL ABENDSCHULE NWG-TECHNIK

Naturwissenschaftliche Grundlagen

Technik

DI Michael Starzer

Version 1.4

Änderungsverfolgung

Änderungsgrund	*Version*	*Autor*	*Datum*
Seite 29, 5.1.4	V1.4	Nöhammer /2BBET	26.02.2018
Äderung systemunabh. Größen (Bild)	V1.3		01.06.2017
Ergänzungen Seite 27	V1.2		21.03.2017
Rundungsregeln geändert	V1.1		10.10.2016
Systemunabhängige Größen hinzugefügt	V1.0		01.03.2016
Erstellung	V0.0	STAM	16.11.2015

Inhalt

Technik

1 Technik und technisches System

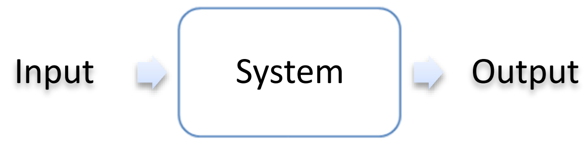
Die Aufgabe der Technik besteht darin, technische Systeme zu bauen, daher ist es klarerweise notwendig, über die Begriffe System, Systemfunktion und Systembau Bescheid zu wissen.

1.1 Der Unterschied zwischen Technik und Wissenschaft

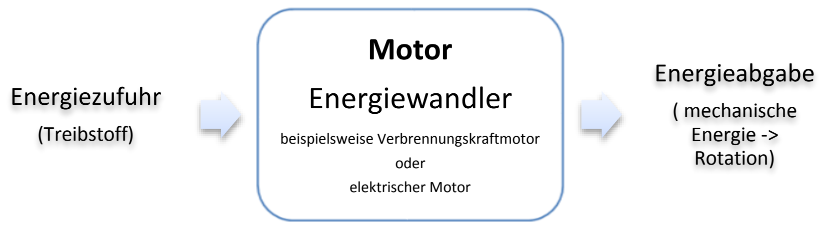
Die Aufgabe der Naturwissenschaft ist es, die Regeln, wie die Natur „funktioniert", zu finden und Vorgänge in der Natur zu beschreiben. Dabei wird nicht die Frage nach dem Warum, sondern nur nach dem Wie gestellt.
Zu Beginn der modernen Wissenschaft wurden die Phänomene in natürlicher Sprache beschrieben. Diese Sprache hat aber den Nachteil, dass sie zu wenig exakt und nicht eindeutig ist. Die Berechnung - auch im Sinne von Vorhersage - von Abläufen in der Natur ist in der natürlichen Sprache nicht möglich. Parallel zur Entwicklung der Naturwissenschaften hat sich auch die Wissenschaft der Mathematik entwickelt.
Mit Hilfe der formalen Sprache der Mathematik lassen sich Vorgänge in der Natur einfach und unabhängig von der natürlichen Sprache beschreiben und auch berechnen.
Technikerinnen und Techniker setzen nun die Erkenntnisse der Naturwissenschaft in konkreten Anwendungen um. Aufgabe der Technik ist also der Bau von technischen Systemen (Anlage, Maschine, Gerät, Baugruppe, Bauteil), die eine bestimmte gewünschte Wirkung erzeugen.

1.2 Technische Systeme aus der Adlerperspektive

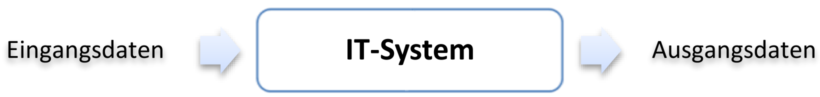
Ein technisches System steht immer mit seiner Umgebung in Verbindung. Diese Verbindung zur Außenwelt wird in der abstrakten Betrachtung als Systemeingang (Input) und als Systemausgang (Output) bezeichnet.



Beim technischen System Motor wird eine äußere Energie zugeführt (Eingangsgröße), um als Wirkung eine mechanische Energie (Rotation der Antriebswelle) zu erhalten. Technische Systeme wandeln also immer Energien um.
Die Verbindung mit der Außenwelt kann dann als Energiefluss dargestellt werden.

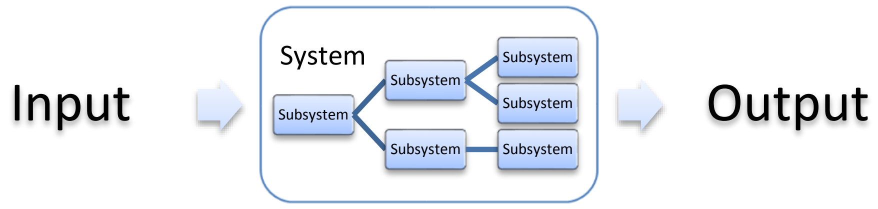


Bei informationstechnischen Systemen (Computern), werden Daten verarbeitet. Die Wechselwirkung mit der Außenwelt wird dann in Form von Datenflüssen dargestellt.

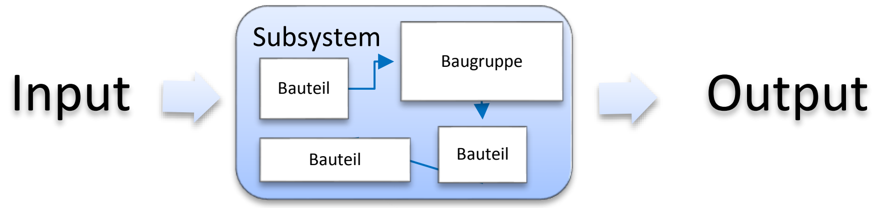


1.3 Abstraktionsstufen von Systemen

Ein System besteht aus mehreren Teilsystemen (Subsystemen). Die Teilsysteme stehen wieder untereinander in Verbindung und bestimmen die Systemfunktion. Diese Abstraktionsstufen helfen, die Komplexität von großen Systemen zu meistern.



Ein Subsystem, wie beispielsweise eine Baugruppe, besteht aus mehreren Elementen (den Bauteilen), die wiederum untereinander in Verbindung stehen und die Funktion des Subsystems bestimmen. Jedes Bauteil (Element) hat eine bestimmte Funktion.



1.4 Systemfunktion und Beschreibung

Jedes System, Subsystem und Element hat einen Input, eine bestimmte Funktion und einen Output. Der Output wird durch den Input und die Systemfunktion bestimmt. Kurz gesagt, der Output hängt funktional vom Input ab.

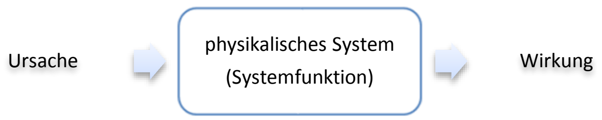
Wie oben schon erwähnt, eignet sich die formale Sprache der Mathematik auch vortrefflich zur kurzen und eindeutigen Beschreibung, man kann also auch Aussagen formulieren. Ein wesentliches Merkmal der formalen Sprache besteht darin, Zusammenhänge kurz, eindeutig und auf einer abstrakten Ebene formulieren zu können.

Beispielsweise kann der Satz: „Die Größe y ist funktional von der Größe x abhängig.“, wie folgt beschrieben werden: $y = f(x)$.

Abstrakt ist diese Aussage deshalb, weil keine Festlegung auf bestimmte Größen und die damit verbundenen Werte erfolgt. Man bezeichnet daher x bzw. y als Variable, also als noch nicht näher festgelegt.

Die Aussage, der Output hängt funktional vom Input ab, lässt sich nun ganz einfach in der Form $O = f(I)$ darstellen, wenn O für Output, I für Input und f für Funktion stehen.

In der Welt, in der wir uns bewegen, hat jede Auswirkung eine Ursache. Die Wirkung ist also abhängig von einer Ursache. Handelt es sich um physikalische Vorgänge in der makroskopischen Welt, so hängt eine physikalische Wirkung funktional von einer entsprechenden Ursache ab.

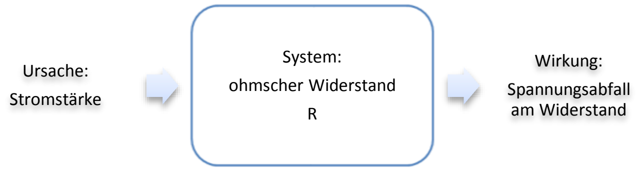


Auch dieser Zusammenhang ist einfach formulierbar mit: $Wirkung = f(Ursache)$.

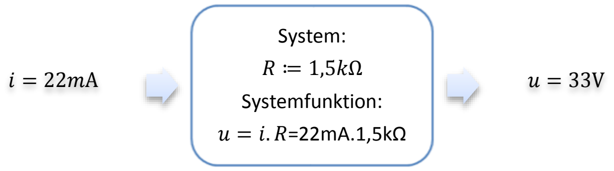
1.5 Systemfunktion und Berechenbarkeit des Systemverhaltens

Das Verhalten von technischen Systemen muss vorhersehbar, also berechenbar sein.
Im Sinne von mathematisch berechenbar ist es nur dann, wenn das System auch mathematisch beschreibbar, also die Systemfunktion bekannt ist.

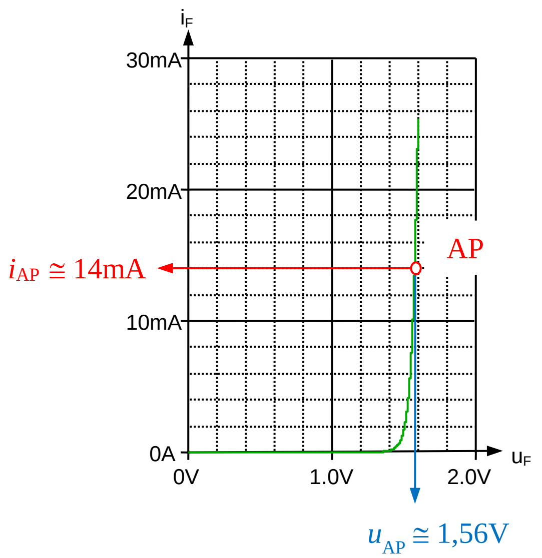
Ein Beispiel für die mathematische Berechenbarkeit des Verhaltens eines ohmschen Widerstandes. Der deutsche Physiker Georg Simon Ohm (1789 – 1854) hat sich die Frage gestellt, wie Stromstärke i (*intensity of current*) und Spannungsabfall u (*urgent*) funktional zusammenhängen $u \stackrel{?}{=} f(i)$. Die Berechenbarkeit hat er in der Form $u = i.R$ beschrieben.
In der Sprache der Mathematik formulierte Zusammenhänge werden auch als Formel bezeichnet. Bei der Beschreibung physikalischer Zusammenhänge symbolisieren die Buchstaben physikalische Größen.



Eine Vorhersage des Systemverhaltens ist nun mittels ohmschen Gesetzes leicht möglich:



Vorhersagbar ist das Systemverhalten nur dann, wenn die Systemfunktion bekannt ist. Die Systembeschreibung kann dabei aber nicht nur in mathematischer Form, sondern auch grafisch (*gr.*) vorliegen.



Der Strom- Spannungszusammenhang ist in Form eines Diagrammes gegeben.
Für einen bestimmten Arbeitspunkt können Stromstärke und Spannungsabfall abgelesen werden.
Mittels ohmschen Gesetzes kann nun der Widerstandswert im Arbeitspunkt (AP) ermittelt werden:

$$R_{AP} = \frac{u_{AP}}{i_{AP}} \underset{gr.}{\cong} \frac{1{,}56\text{V}}{14mA} = 111{,}43\frac{\text{V}}{\text{A}} = 111{,}43\Omega$$

Der Widerstandswert kann nun nicht exakt angegeben werden, da die Werte aus dem Diagramm ja auch nicht genau ablesbar sind.
Daher beträgt der Widerstandswert nur ungefähr gleich (≅) 111,43Ω.

Die Einheit des Widerstands ist $\frac{\text{V}}{\text{A}}$. Dieser Quotient erhält zu Ehren von Georg Simon Ohm den griechischen Buchstaben Omega. Ω ist also die namensgebende Einheit.

1.6 Grundsätzliches zum Systembau

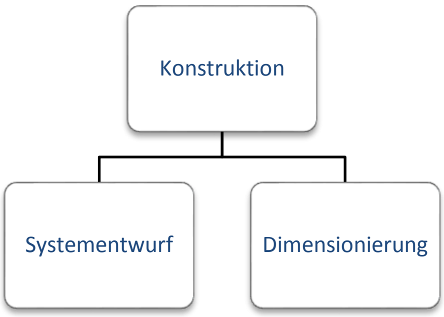
Der Systembau, auch Konstruktion oder Synthese genannt, besteht aus dem Systementwurf und der Dimensionierung (Auslegung der Bauteile).
Dafür werden Bauteil- und Komponentenwissen und Verständnis, über deren physikalische Eigenschaften, Kenntnisse von Entwurfskonzepten (Kopplungen und Verbindung von Bauteilen und Komponenten, um bestimmte Wirkungen zu erzielen) und Methoden zur Dimensionierung, benötigt.
Zusätzlich müssen Normen (Standards) und Vorschriften (gesetzliche Regelungen) eingehalten werden.

1.6.1 Grundlegende Phasen des Systembaus (Synthese)

Zu Beginn müssen zuerst die Anforderungen an das zu bauende System festgelegt werden. Das System wird also spezifiziert. Die Beschreibung des Zielsystems nennt man Spezifikation. Diese Spezifikation kann vom Auftraggeber erstellt sein, dann ist sie Teil des Lastenheftes. Die Spezifikation kann aber auch in Zusammenarbeit mit dem Auftraggeber entstehen. In beiden Fällen ist die Spezifikation (Anforderungen und Ziele) Teil des Pflichtenheftes, welches der Auftragnehmer erstellt.
Erst wenn die Anforderungen und Ziele klar definiert sind, kann die Konstruktionsphase eingeleitet werden (im Rahmen des Projektmanagements sind diese Phasen noch detaillierter aufgeschlüsselt). In der Konstruktionsphase werden die Pläne und Stücklisten erstellt, um das System (den Prototyp) fertigen zu können. Nach dem Zusammenbau wird der Prototyp in Betrieb genommen und in der Testphase die Funktion mit dem Zielsystem, die in der Spezifikation beschrieben wurde, verglichen. Dieser Vorgang wird als Analyse bezeichnet.

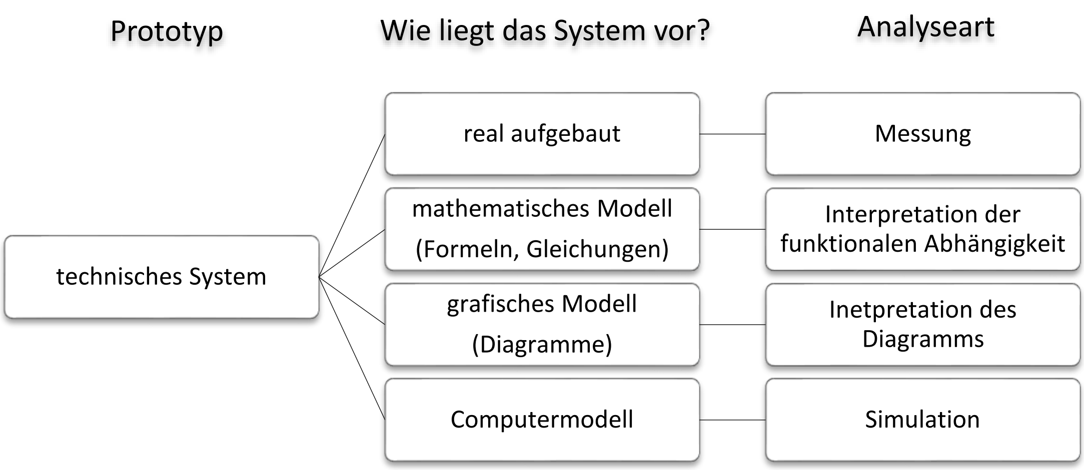
1.6.2 Die Konstruktionsphase

Zuerst wird das Gesamtsystem in Teilsysteme unterteilt, es entsteht dabei ein Übersichtsdiagramm des Gesamtsystems (Adlerperspektive). Es soll ein Bild vom neuen System entstehen. Die Teilsysteme werden dann weiter verfeinert. Dieser Vorgang wird als Systementwurf bezeichnet.
Hat man nun ein detailliertes Bild des Systems, erfolgt die Auslegung der Systemkomponenten (=Dimensionierung).



1.6.3 Arten von Prototypen

Ein Prototyp ist ein funktionsfähiges Modell des Zielsystems (für Serienfertigung) oder bereits das Endprodukt, wenn das Produkt nicht in Serie gefertigt wird.

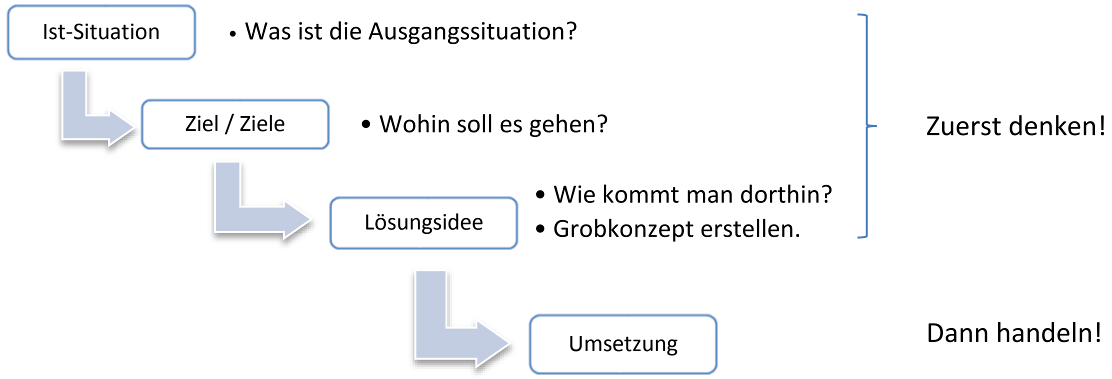


1.6.4 Systembau: Die Grenzen des technisch Machbaren

Die Grenzen des Machbaren sind durch die Natur vorgegeben. Technische Systeme unterliegen den Gesetzen der Physik.
Die Realisierung technischer Systeme unterliegt aber auch Normen (Standards) und Vorschriften (Gesetze).
Das Wissen über die und Verständnis für die Grundgesetze der Physik und die Kenntnis der einschlägigen Standards und Gesetze sind also die notwendigen Voraussetzungen für den Systembau.
In weiterer Folge führen Erfahrung und Kompetenz zur erfolgreichen Projektierung von technischen Systemen.

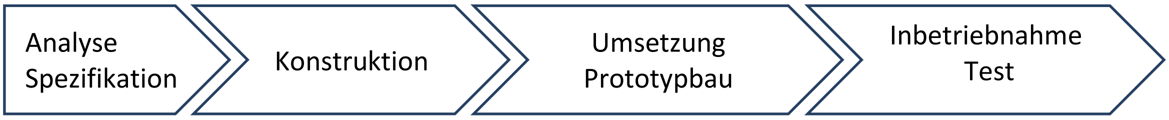
2 Der Problemlösungsprozess

Nicht nur bei technischen Projekten ist strukturiertes Vorgehen im Problemlösungsprozess ein wesentlicher Erfolgsfaktor. Der Prozess kann daher auch auf nicht technische Problemstellungen angewandt werden.
Im Problemlösungsprozess sind immer drei aufeinanderfolgende Phasen zu durchlaufen:



Erst wenn die Ausgangssituation (Was ist das Problem?) klar ist, können Ziele festgelegt werden und Lösungsideen, Lösungswege und Lösungsalternativen, wie man grundsätzlich die Ziele erreichen kann, entwickelt und gefunden werden. Die Entwicklung von Lösungsideen, -wegen und -alternativen setzt Erfahrung und Methodenkompetenz voraus und ist ein kreativer, gestaltender Prozess.

2.1 Der Problemlösungsprozess in technischen Projekten



In der Analyse- und Spezifikationsphase erhebt man den Ist-Zustand (Analyse der Ausgangsituation) und legt die zu erreichenden Ziele fest (Was soll das Zielsystem können?). Dann wird das Zielsystem konstruiert (entworfen und dimensioniert). Es handelt sich dabei um einen Abstraktionsprozess, der vom Grobentwurf (Adlerperspektive) zum Detailentwurf führt und als Top-Down-Entwurf bezeichnet wird. Ist die Konstruktion abgeschlossen, liegen die Baupläne (Konstruktionspläne, Schaltpläne, Bauteillisten) vor und das System kann gefertigt werden (Umsetzung, Prototypbau). Die dabei entstehenden Teilsysteme werden einzeln auf ihre Funktionstüchtigkeit getestet.
Nach dem Zusammenbau der Teilsysteme wird das Gesamtsystem in Betrieb genommen und geprüft, ob die in der Spezifikation niedergeschriebenen Anforderungen auch erfüllt werden. Danach erfolgt die Abnahme durch den Kunden.

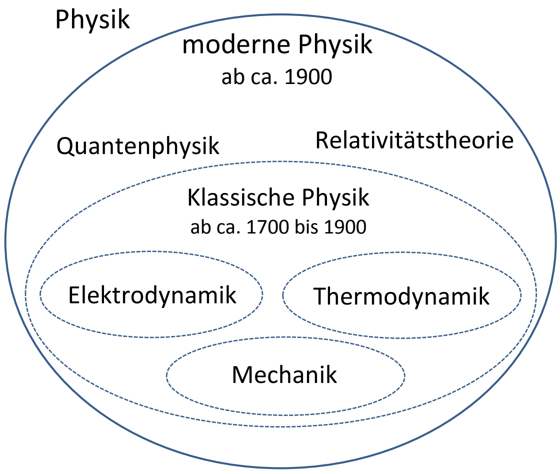
2.2 Der Problemlösungsprozess in informationstechnischen Systemen

Bei IT-Projekten werden in der ersten Phase die Anforderungsanalyse und die Softwarespezifikation durchgeführt. Danach folgt die Entwurfphase, in der ein Softwarekonzept, also ein Plan, erstellt wird, wie das Zielsystem aussehen soll. Der Entwurfprozess ist noch unabhängig von der zu verwendenden Programmiersprache. Dieser Vorgang erfolgt in Top-Down-Abstraktionsstufen, vom Allgemeinen zum Speziellen. Das Gesamtprojekt wird zuerst aus der Adlerperspektive betrachtet, in der die groben Umrisse von Funktionseinheiten bzw. Prozesseinheiten erkennbar sind. Der Entwurf wird als Grobentwurf oder Grobkonzept bezeichnet. Ausgehend vom Grobkonzept werden die einzelnen Blöcke in Unterfunktionen bzw. -prozesse aufgeteilt.
In der Implementierungsphase wird dann der Entwurf in einer konkreten Programmiersprache implementiert (programmiert) und dabei werden modulweise die Teilsysteme getestet.
Anschließend werden die Systemteile zum Gesamtsystem integriert, getestet und zum Schluss vom Kunden abgenommen.

3 Grundgesetze der Physik

Wie oben schon erwähnt, können technische Systeme nur nach den Regeln, die die Natur vorgibt, gebaut werden. Für unterschiedliche Welten gelten unterschiedliche Regeln, daher ist es wichtig, die Welten unterscheiden zu können.

3.1 Welche physikalischen Regeln gelten in welchen Systemen?



Durch die Erkenntnisse der Wissenschaft gelingt es, nicht nur immer weiter in die unendlichen Weiten des Weltalls (Makrokosmos) vorzudringen, sondern auch immer weiter in das Universum der kleinsten Bausteine (Mikrokosmos) einzutauchen.
Neue Beobachtungen führen und führten immer zu neuen Erkenntnissen. Auch wenn neue Erkenntnisse zu neuen Theorien führen, bedeutet dies nicht, dass die Errungenschaften, die in der klassischen Physik subsummiert sind, über Bord geworfen werden müssen.
Es ist durchaus möglich, mit Hilfe der Quantenphysik Planetenbahnen zu berechnen, es ist aber sehr aufwändig, sodass hier gerne auf die Erkenntnisse der klassischen Physik zurückgegriffen wird.

Die Welt des Mikrokosmos, das ist die Welt der kleinsten Bausteine der Materie (Elementarteilchen) bis zum Atom, wird mittels Quantenphysik beschrieben. Als Begründer der Quantenphysik gilt Max Plank (1858 bis 1947).
Der Makrokosmos ist die Welt der Körper, also Materie, die einen Raum einnimmt. Darunter sind Ausdehnungen zu verstehen, die über eine große Anzahl von Atomen, im Wortsinn begreifbar und gegenständlich, bis zu Planeten reicht.
Mit der klassischen Physik können beobachtbare Vorgänge an Körpern beschrieben werden, für die sich der Raum nicht ändert und die Zeit gleich vergeht, was bei technischen Anlagen (wie beispielsweise Produktionsanlagen), Geräten und Maschinen der Fall ist.
Die klassische Physik kommt also dann zum Einsatz, wenn bei einem beobachtbaren Vorgang Raum und Zeit konstant bleiben. Alle Personen, die den gleichen Vorgang beobachten, haben das gleiche Bezugssystem.
Für Personen, die einen Vorgang aus unterschiedlichen Bezugssystemen beobachten, ergibt sich ein unterschiedliches Bild der Beobachtung. Als Gedankenexperiment hat Albert Einstein (1879 bis 1955) einen fahrenden Zug verwendet. Eine Person schlägt einen Ball im fahrenden Zug immer wieder senkrecht zu Boden. Eine zweite Person am Bahnsteig beobachtet den Vorgang von außen.
Für beide Personen ergibt sich ein unterschiedliches Bild des Vorganges. Für die Person im Inneren des Zuges prallt der Ball immer senkrecht vom Boden zurück. Für die außenstehende Person fällt nun der Ball nicht senkrecht, sondern schräg auf den Boden, da sich der Ball mit der Geschwindigkeit des Zuges vorbeibewegen muss, er legt also von außen betrachtet einen längeren Weg zurück.
Das Ergebnis der Beobachtung ist unterschiedlich, also nicht gleich für beide Personen, sondern muss in Relation zum Bezugssystem gestellt werden (Relativität). Bis zur Jahrhundertwende ist man davon ausgegangen, dass Zeit unabhängig und konstant abläuft. Die Relativitätstheorie besagt jedoch, dass je nach Bezugssystem die Zeit schneller oder langsamer ablaufen kann. In der klassischen Physik war also das Bezugssystem Raum und Zeit für alle ablaufenden Vorgänge konstant. Einstein hat die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit postuliert, wodurch wieder ein Bezug zwischen relativ zueinander ablaufenden Vorgängen möglich wird.

Beispiel des Einsatzes der Relativitätstheorie im Alltag: Satelliten umkreisen die Erde mit hohem Tempo. Navigationssysteme verwenden Positionierungssysteme, die von Satelliten Signale empfangen. Aufgrund der Entfernung zur Erde und der hohen Geschwindigkeit vergeht die Zeit im Satelliten langsamer als beispielsweise in einem fahrenden Auto auf der Erde. Dieser Zeitunterschied muss korrigiert werden, um eine genaue Positionsbestimmung zu ermöglichen.
In der klassischen Physik werden jeweils Magnetfeld und elektrisches Feld als eigene Modelle zur Beschreibung verwendet, was auch in der Praxis von Vorteil ist. Es ist jedoch möglich, die Erscheinung des Magnetfeldes als relativistischen Effekt des elektrischen Feldes zu erklären.

3.2 Die Erhaltungssätze

Wesentliche Grundregeln sind die sogenannten Sätze über die Erhaltung der Energie, der Ladung und des Impulses. Das bedeutet, dass diese physikalischen Größen nicht einfach verschwinden können, sondern erhalten bleiben. Diese Aussage gilt für das gesamte Universum bzw. für geschlossene (isolierte) Systeme, in denen kein Materialaustausch mit der Umgebung stattfindet.
Der Energieerhaltungssatz besagt, dass weder Energie erzeugt noch verbraucht, sondern nur von einer Form in eine andere umgewandelt werden kann. Oder anders ausgedrückt, die Summe aller Energien ist zu jedem Zeitpunkt in einem geschlossenen System konstant.
Mit Hilfe der Sprache der Mathematik kann das nun folgendermaßen formuliert werden, wenn für die Energie das Größensymbol E (*energy*) und für geschlossen, der Ring verwendet wird:

$$\sum_{\circ} E(t) = konstant$$

Für den Bau elektrischer Systeme von besonderer Bedeutung ist die Regel, dass die Ladungsmenge im System immer erhalten bleibt, es können also keine Ladungen willkürlich verschwinden oder dazukommen. Oder anders ausgedrückt, die Summe aller Ladungen Q bzw. q für (*quantum*) ist zu jedem Zeitpunkt in einem geschlossenen System konstant.

$$\sum_{\circ} q(t) = konstant$$

3.3 Der Ablauf von Vorgängen in der Natur

Alle Vorgänge der Natur
- streben den niedrigsten Energiezustand an (höchste Stabilität) und
- laufen immer mit dem geringstmöglichen Aufwand ab. (Dieses Prinzip hat der Mathematiker Pierre de Fermat (1601-1665) formuliert.)

Reaktion auf Zustandsänderungen
- Jede Zustandsänderung ist eine Störung des Systems und
- ruft eine Kraftwirkung hervor, die gegen die Zustandsänderung gerichtet ist,
- daher kann sich ein Systemzustand nicht ohne Zeitverzug ändern.

Daraus folgt:
- Jedes System ist je nach Aufbau mehr oder weniger träge gegenüber Zustandsänderungen.

4 Die Beschreibung physikalischer Erscheinungen

Die Beherrschung der natürlichen Sprache ist die Voraussetzung, Objekte, Vorgänge und Zustände in der Natur beschreiben zu können. Zusätzlich müssen die Merkmale und Eigenschaften von physikalischen Objekten auch messbar sein, um qualitative und quantitative Aussagen machen zu können.

4.1 Physikalische Größen

Diese messbaren Eigenschaften und Merkmale werden als physikalische Größen bezeichnet. Beispielsweise kann ein Objekt eine Farbe, eine Masse, eine Geschwindigkeit etc. besitzen.
Für die Übersetzung von der natürlichen in die mathematische Sprache werden Sprachkonstrukte (Operatoren) verwendet, um Größen, die mit Symbolen dargestellt werden, zu verknüpfen und Sätze (Aussagen) zu bilden.

4.1.1 Der Wert einer physikalischen Größe

Damit quantitative Aussagen möglich werden, muss eine physikalische Größe in messbare Einheiten (Maßeinheiten) quantisiert werden. Der Wert einer physikalischen Größe besteht dann im einfachsten Fall aus dem Vielfachen der Maßeinheit mal der Einheit.

Der Wert einer physikalischen Größe G besteht also aus Zahlenwert (Vielfachem der Einheit) der Größe $\{G\}$ mal der Einheit der Größe $[G]$, geschrieben als $G = \{G\}.[G]$.

Wurde eine Masse mit 25,6 Kilogramm gemessen, dann ist der Wert der Größe wie folgt anzuschreiben: $m = 25{,}6kg$, wobei $\{m\} = 25{,}6$ der Zahlenwert und $[m] = \mathrm{kg}$ die Einheit ist.

Für eine Größe können bei gleicher Skalierung mehrere Einheiten festgelegt sein, wie beispielsweise für die Energie, die ja in unterschiedlichen Erscheinungsformen auftreten kann. Für die Wärmeenergie wird Joule mit dem Symbol J, für die mechanische Energie Newtonmeter Nm und für die elektrische Energie Wattsekunden Ws verwendet, damit eine Unterscheidung beim Wert dieser physikalischen Größe möglich wird. Nach dem Erhaltungssatz der Energie muss dann gelten:
$[E] = \mathrm{J} = \mathrm{Nm} = \mathrm{Ws}$

Bei Größen, die unterschiedliche Skalierungen aufweisen, werden neben unterschiedlichen Einheiten auch unterschiedliche Größensymbole zur Unterscheidung eingesetzt. Die Temperatur kann beispielsweise in den Einheiten Kelvin $[T] = K$, Grad Celsius $[T] = °\mathrm{C}$ oder auch in anderen Einheiten, wie beispielsweise Grad Fahrenheit oder Grad Réaumur, gemessen werden.
Für die Größe der Temperatur wird das Formelzeichen T verwendet. Bei T_{Kelvin} wird die Temperatur in Kelvin gemessen, bei T_{Celsius} in Grad Celsius. Damit diese Unterscheidung im formalen Zusammenhang auch noch sichtbar wird, steht allgemein T für die Temperatur in Kelvin $[T] = \mathrm{K}$ und ϑ für die Temperatur in Grad Celsius $[\vartheta] = °\mathrm{C}$.
Zwischen T und ϑ besteht ein linearer Zusammenhang, das heißt, T ist äquivalent zu ϑ: $\vartheta \equiv T$ und das bedeutet wiederum, dass auch die Differenz zweier Temperaturmesswerte gleich groß ist $\{\Delta\vartheta\} = \{\Delta T\}$.
Die Skalenumrechnung lautet: $\{\vartheta\} = \{T\} - 273{,}15 \ldots$

4.1.2 Einheitengleichung, abgeleitete Einheit und namensgebende Einheit

Mittels Einheitengleichung kann die Einheit einer Größe, die sich aus anderen Größen ergibt, bestimmt werden. In diesem Skriptum werden die international genormten Einheiten (SI-Einheiten, System International) verwendet. Das internationale metrische Einheitensystem definiert sieben Basiseinheiten (Meter m, Kilogramm kg, Sekunde s, Kelvin K, Ampere A, Mol mol und Candela cd) aus den sieben Basisgrößen Länge, Masse, Zeit, thermodynamische Temperatur, Stromstärke, Stoffmenge und Lichtstärke. Werden neue Größen durch Verknüpfung mit anderen Größen gebildet, so entstehen dadurch auch neue Einheiten.

Die Rechteckfläche $A = a.b$ erhält dann die Einheit m². $[A] = [a.b] = \mathrm{m}.\mathrm{m} = \mathrm{m}^2$

Die Einheit der Kraft ergibt sich aus der Einheit der Masse mal Einheit der Beschleunigung. $[F] = [m.a] = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Der Ausdruck Kilogramm mal Meter pro Sekunden zum Quadrat erhält eine eigene Bezeichnung. Zu Ehren von Isaac Newton (1642 bis 1726) wird dieser Ausdruck mit N abgekürzt. Das Newton N ist also die namensgebende Einheit der Kraft. $\mathrm{N} := \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

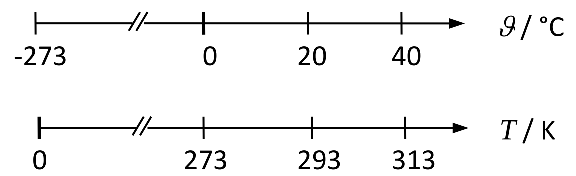
4.1.3 Genormte Schreibweise von Größensymbolen, Zahlenwerten und Einheiten

Die Schreibweise und Formatierung der Zeichen ist in Konventionen und Normen geregelt. Größensymbole werden zur Unterscheidung von Einheiten *kursiv* dargestellt. So ist m die Größe der Masse, aber m die Einheit des Weges in Meter oder s der Weg und s die Einheit der Zeit in Sekunden. Maßzahlen werden nicht kursiv dargestellt: $s = 22{,}3\ \mathrm{m}$ oder $m = 67\mathrm{kg}$.
In Mathematikprogrammen wird diese Norm teilweise nicht umgesetzt, es werden aber meist Unterscheidungen im Format zwischen Einheiten- und Größensymbolen gemacht.

4.1.4 Arten physikalischer Größen: Skalar, Vektor und Tensor

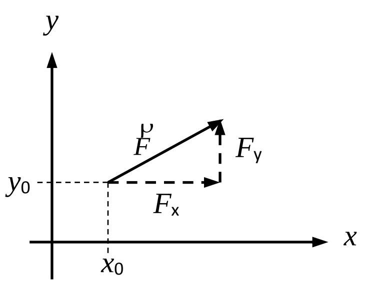
Ist der Wert einer Größe alleine durch Zahlenwert mal Einheit eindeutig bestimmt, dann handelt es sich um eine skalare Größe (ein Skalar), da sich die Werte einfach auf einer Skala auftragen lassen, wie beim Thermometer zur Messung der Temperatur.
Ist der Wert einer Größe erst durch Angabe der Richtung im Raum eindeutig festgelegt, dann ist dies eine vektorielle Größe (ein Vektor). Ob eine Größe vektoriell ist, kann leicht über die Frage nach dem Wohin beantwortet werden. Macht die Frage nach dem Wohin im Zusammenhang mit dieser Größe einen Sinn, so handelt es sich um eine vektorielle Größe. Wenn die Aufforderung erfolgt: „Gehen Sie 100 Meter.“, dann wird man sicher nachfragen „Wohin?“, also ist der Weg eine vektorielle Größe. Wenn die Aufforderung lautet: „Warten Sie eine viertel Stunde.“, „Stellen Sie eine Temperatur von 22°C ein.“, dann macht die Frage nach dem Wohin keinen Sinn, diese Größen sind skalare Größen.

Eine skalare Größe G: Maßzahl mal Einheit



Eine vektorielle Größe $\vec{G}$: Richtung im Raum

Eine Kraft ist erst durch die Richtung im Raum eindeutig festgelegt.



Ausgehend vom Startpunkt x_0 und y_0 ist der Kraftvektor $\vec{F}$ durch die Kraft in x-Richtung mit F_x und in y-Richtung mit F_y eindeutig bestimmt:

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$$

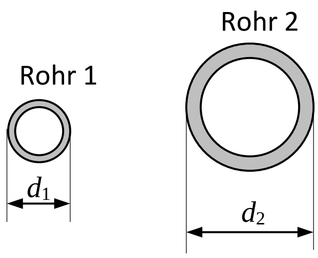
Der Vektor $\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}$ ist ein Spaltenvektor.

Betragswerte von vektoriellen Größen: Wenn nur der Wert und nicht die Richtung von Interesse ist, spricht man vom Betrag der Größe. $F = |\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

Tensoren
Wenn eine physikalische Größe nicht nur eine Richtung hat, sondern sich im Raum in mehreren Richtungen verteilt, ein typisches Beispiel ist die mechanische Spannung in einem Körper, dann reicht die Beschreibung mittels Vektor nicht mehr aus. Diese Verteilung wird dann durch eine 3 x 3 Matrix (dreidimensionaler Raum) oder durch eine 4 x 4 Matrix (drei Raumdimensionen und eine Zeitdimension) dargestellt.
In diesem Skriptum werden weder Beschreibungen noch Berechnungen mittels Tensoren durchgeführt.

4.2 Fragen, beobachten, messen und beschreiben

Wenn Zusammenhänge und Abläufe in der Natur erkannt und beschrieben werden sollen, müssen konkrete Fragen an die Natur der zu beobachtenden Objekte gestellt werden: Beispielsweise wie verändert sich der Umfang eines Rohres (eines zylindrischen Körpers), wenn der Durchmesser des Rohres verändert wird? Wie hängen also Umfang und Durchmesser eines Rohres voneinander ab?
Ein Rohr ist ein physikalisches Objekt und ein wesentliches Merkmal ist der Durchmesser bzw. der Radius. Am einfachsten messbar ist der Durchmesser mit Hilfe einer Schiebelehre.



Messung und Beschreibung:
Misst man nun den Umfang und den Durchmesser des einen Rohres und den Durchmesser und Umfang eines zweiten Rohres, dessen Durchmesser beispielsweise doppelt so groß ist, dann ist festzustellen, dass auch der Umfang des Rohres 2 doppelt so groß ist wie der von Rohr 1.

Abgeleitete Aussage: qualitativ
Wird der Durchmesser des Rohres erhöht, dann folgt daraus, dass auch der Umfang des Rohres steigt. Es besteht also ein direkt proportionaler Zusammenhang zwischen Durchmesser und Umfang.

Abgeleitete Aussage: quantitativ im Verhältnis
Bei einer Verdoppelung des Durchmessers ist der Umfang auch doppelt so groß.

Abgeleitete Aussage aus der Messung: quantitativ absolut
Die Ausgangsgröße (Bezugsgröße) der Beobachtung ist der Durchmesser. Wenn der Umfang auf den Durchmesser bezogen (in das Verhältnis gesetzt) wird, dann ergibt sich bei beiden Rohren der gleiche Verhältniswert.
Allgemeine Aussage aus obigen Erkenntnissen:
1. Das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser ist immer konstant. (Hinweis: Diese Konstante wird als Kreiszahl PI bezeichnet und mit π symbolisiert.
   Der Umfangwert ist immer gleich dem Durchmesserwert mal der Kreiszahl PI.
2. Ändert man den Durchmesserwert, so ändert sich auch der Umfangwert.
3. Das Verhältnis zwischen Umfangänderung und Durchmesseränderung liefert wieder die Kreiszahl PI.
4. Aus 3. kann der Schluss gezogen werden, dass auch eine unendlich kleine Durchmesseränderung auch eine unendlich kleine Umfangänderung bewirkt. Dieser Schluss ist zulässig, auch wenn eine unendlich kleine Änderung gar nicht mehr messbar ist!
5. Das Verhältnis der unendlich kleinen Änderungen liefert also auch die Kreiszahl PI.

4.2.1 Die Übersetzung (Transformation) in die formale Sprache

Die oben in natürlicher Sprache verfassten Aussagen und Beobachtungen können nun in die formale Sprache der Mathematik übersetzt werden. Für den Durchmesser wird das Symbol d und für den Umfang U verwendet.
In der Mathematik sind Symbole für die Sprachelemente der natürlichen Sprache festgelegt. Diese Symbole können je nach Anwendung unterschiedliche Bedeutung haben. Es ist also wesentlich, den Formalismus der Mathematik zu beherrschen, um korrekte Sätze bilden zu können.
In der nachfolgenden Tabelle ist nur ein kleiner Ausschnitt der möglichen Konstrukte angeführt. An der Stelle im Skriptum, wo neue Sprachelemente zum Einsatz kommen, werden diese auch erklärt.

Natürliche Sprache	symbolisch	allgemein
Wie hängt der Umfang vom Durchmesser ab?	$U \stackrel{?}{=} f(d)$	Ist y funktional abhängig von x: $y \stackrel{?}{=} f(x)$
Der Umfang hängt vom Durchmesser ab.	$U = f(d)$	y ist funktional abhängig von x oder y ist von x abhängig: $y = f(x)$ oder $y(x)$
Der Umfang ist direkt proportional zum Durchmesser.	$U \sim d$	y proportional zu x: $y \sim x$
Wenn der Durchmesser größer wird, dann folgt daraus, dass auch der Umfang größer wird.	$d \uparrow \Rightarrow U \uparrow$	Aus x folgt y: $x \Rightarrow y$
Der Durchmesser des Rohres 2 ist doppelt so groß wie der Durchmesser des 1. Rohres.	$d_2 = 2.d_1$	y ist gleich k mal x: $y = k.x$ k ist ein konstanter Wert (Konstante)
Der Umfang bezogen auf den Durchmesser. Das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser.	$\frac{U}{d}$	y bezogen auf x: $\frac{y}{x}$ ... Quotient
Das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser ist immer konstant.	$\frac{U}{d} = konst.$	Das Verhältnis zwischen y und x ist konstant: $\frac{y}{x} = konst.$
Das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser ergibt die Kreiszahl.	$\frac{U}{d} = \pi$	
Der Umfangswert ist gleich dem Durchmesser mal PI.	$U = \pi.d$	
Die Änderung des Durchmesserwertes von d_1 auf d_2.	$\Delta d = d_2 - d_1$	Die Differenz der Größe x: $\Delta x = x_2 - x_1$
Eine Umfangsänderung ist direkt proportional zur Durchmesseränderung.	$\Delta U \sim \Delta d$	
Die Umfangsänderung ist abhängig von der Durchmesseränderung	$\Delta U = f(\Delta d)$	Δy hängt von Δx ab: $\Delta y = f(\Delta x)$
Auch das Verhältnis der Änderungen ergibt wieder die Kreiszahl.	$\frac{\Delta U}{\Delta d} = \pi$	Das Verhältnis der Änderungen Δy und Δx: $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ...Differenzenquotient
Die Umfangsänderung ist gleich groß der Durchmesseränderung mal der Kreiszahl.	$\Delta U = \pi.\Delta d$	Δy ist gleich k mal Δx: $\Delta y = k.\Delta x$
Das Verhältnis der unendlich kleinen Änderungen liefert die Kreiszahl PI.	$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}d} = \pi$	Das Verhältnis der unendlich kleinen Änderungen: $\frac{\mathrm{d}y(x)}{\mathrm{d}x}$ ... Differentialquotient.

4.2.2 Berechnung: allgemeine Lösung

Ausgehend von der Erkenntnis, dass das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser die Kreiszahl PI ergibt, soll nun bei gegebenem Durchmesser der Umfang berechnet werden.

Da dies eine Aufgabenstellung ist, kann hier der Problemlösungsprozess eingesetzt werden:

Ist-Situation (Ausgangspunkt):	Das Verhältnis von Umfang zu Durchmesser liefert die Kreiszahl.	$\frac{U}{d} = \pi$
Ziel:	Der Umfang. Es **soll** der Umfang berechnet werden.	$U = ?$
Lösungsidee:	Durch Umformen muss U alleine auf einer Gleichungsseite vorkommen.	
Lösung:	$\frac{U}{d} = \pi \ \ |.d$ $U = \pi.d$ ... ist die allgemeine Lösung, da für jeden x-beliebigen Durchmesser der Umfang berechnet werden kann.	

4.2.3 Berechnung: spezielle Lösung

Für die Berechnung der speziellen Lösung muss ein Durchmesserwert angegeben sein. Beispielsweise wird für d der Wert 2,3 cm angegeben. Die Berechnung soll mittels Taschenrechner oder mit einem Mathematikprogramm erfolgen. Die Berechnung ist zu dokumentieren.
Da die Zahl PI irrational ist, besitzt sie unendlich viele Nachkommastellen.

Ist-Situation:	$U = \pi.d \ \ und \ d = 2{,}3 \ cm$
Ziel:	Der Wert des Umfangs, also: $U \stackrel{?}{=} \{U\}.[U]$
Lösungsidee:	Einsetzen des Wertes von d und Berechnung des Umfangs U.
Lösung:	$U = 2{,}3 \ cm.\pi = 7{,}2256631032565244484640797815429 \ cm$ ... ist die spezielle Lösung für den Wert d =*2,3 cm*.

Spätestens, wenn der Zahlenwert im Taschenrechner erscheint, stellt sich die Frage, ob jetzt alle Ziffern abgeschrieben werden müssen.

4.2.4 Festlegung der Rechengenauigkeit und des Darstellungsformates von Werten

Jede technische Berechnung muss nachvollziehbar sein und jedes Rechenergebnis muss mit den gleichen verwendeten Mitteln reproduzierbar sein.
Die Darstellung der Zahlenwerte der physikalischen Größe erfolgt immer im technischen Format, in der Exponentialdarstellung $m.10^{\pm e}$ (m…Mantisse, e…Exponent), wobei für den Exponenten nur ganzzahlige Vielfache von drei $(n.3)$ erlaubt sind. Aus diesem Grund kann die Mantisse immer nur maximal drei Vorkommastellen aufweisen. Die Anzahl der Nachkommastellen ist fix, aber beliebig wählbar.
Wenn das Ergebnis auf zwei Nachkommastellen gerundet dokumentiert wird, dann sind maximal fünf Ziffern (#) anzuschreiben: $\#\#\#,\#\#.10^{\pm n.3}$

Anstelle der 10er-Potenzen werden bei der Dokumentation von Ergebnissen Vorsilben verwendet:

10er-Potenz	Vorsilbe	Bezeichnung	10er-Potenz	Vorsilbe	Bezeichnung
10^{3}	k	Kilo	10^{-3}	m	Milli
10^{6}	M	Mega	10^{-6}	µ	Mikro
10^{9}	G	Giga	10^{-9}	n	Nano
10^{12}	T	Tera	10^{-12}	p	Pico
10^{15}	P	Peta	10^{-15}	f	Femto
10^{18}	E	Exa	10^{-18}	a	Atto

Achtung: Vorsilben sind Bestandteil des Zahlenwertes der Größe und nicht Bestandteil der Einheit. Eine Ausnahme bildet hier nur die Einheit Kilogramm: $1\text{kg} = 1000\text{g} = 10^{3}\text{g}$.

Hinweis bei der Berechnung von geometrischen Größen

Es hat sich gerade bei den Werten von geometrischen Größen eingebürgert, dass die Vorsilbe zur Einheit gezählt wird, diese Schreibweise ist höchst problematisch und führt gerne zu Fehlern bei der Berechnung von speziellen Lösungen. Nachfolgend wird zur besseren Erklärung das Einheitensymbol blau, und das Vorsilbensymbol schwarz (entspricht der Farbe des Zahlenwertes) dargestellt.

Konventionelle Schreibweise: $3\text{mm}.4\text{mm} = 12\text{mm}^2$

Korrekte Schreibweise Variante 1: $3\text{mm}.4\text{mm} = 3.10^{-3}\text{m}.4.10^{-3}\text{m} = 12.10^{-6}\text{m}^2$
Die sichere Seite stellt immer die Umwandlung der Vorsilben auf 10er-Potenzen dar.

Korrekte Schreibweise Variante 2: $3.\text{m}.\text{m}.4.\text{m}.\text{m} = 3.4.\text{m}.\text{m}.\text{m}.\text{m} = 12.\text{m}^2.\text{m}^2 = 12(\text{m}.\text{m})^2$
Zwischen allen Symbolen steht ja ein Multiplikationszeichen, auch wenn man dieses nicht anschreibt. Es müssen daher die Zahlenwerte, die Vorsilben und die Einheiten multipliziert werden.

Überprüfung: $12(\text{m}.\text{m})^2 = 12.\text{m}^2.\text{m}^2 = 12.(10^{-3})^2\text{m}^2 = 12.10^{-6}\text{m}^2$

Notwendige Angaben bei der Dokumentation von Zahlenwerten

Ergebnisse werden im technischen Format auf x-Nachkommastellen gerundet dokumentiert.

a) Zwischenergebnisse werden gespeichert und mit den Speicherwerten wird weitergerechnet. Oder
b) Es wird mit den gerundeten Zwischenergebnissen weitergerechnet, wenn der Taschenrechner keine Speicher für Zwischenergebnisse besitzt.

Rundungsregeln

Wird eine Zahl auf x-Nachkommastellen gerundet, dann ist nur die Ziffer unmittelbar nach der x-ten Stelle rundungsentscheidend.
Folgt auf die letzte darzustellende Ziffer 0, 1, 2, 3 oder 4, wird abgerundet.
Folgt auf die letzte darzustellende Ziffer 5, 6, 7, 8 oder 9, wird aufgerundet.

Beispiele für Darstellung im ingenieurstechnischen Format

Mit Hilfe eines Taschenrechners wird über mehrere Rechenschritte die Stromstärke berechnet und das Ergebnis als Dezimalzahl dargestellt. Die Zahl ist ingenieurtechnisch auf zwei Nachkommastellen gerundet darzustellen.

Anzeige am Display	Dokumentation	falsche Darstellung
0,00017856789345 A	178,57µA	0,18mA
23,2345 A	23,23A	23,24A
$35{,}7864.10^{-2}$ A	357,86mA	$35{,}79.10^{-2}$ A

Zuweisung von gerundeten Ergebniswerten

Werden bei technischen Rechnungen zur Dokumentation gerundete Ergebniswerte angeschrieben, dann wird als Zuweisungsoperator „=“ verwendet, da ja vor der Rechnungsdokumentation schriftlich festgelegt wurde, auf welche Nachkommastelle genau gerundet wird.

	Tatsächlicher nicht gerundeter Wert	$\hat{u} = 230V.\sqrt{2}$
Festlegung 1:	die Werte der Berechnung werden auf null Nachkommastellen gerundet	$\hat{u} = 230V.\sqrt{2} = 325$
Festlegung 2:	die Werte der Berechnung werden auf eine Nachkommastelle gerundet	$\hat{u} = 230V.\sqrt{2} = 325{,}3$

4.2.5 Die Regeln zur Durchführung einer technischen Berechnung

(1) Die Schritte des Problemlösungsprozesses müssen eingehalten werden. Was ist die Ausgangssituation, was sind die Ziele und wie ist grundsätzlich der Weg dorthin?
(2) Alle Schritte müssen nachvollziehbar und reproduzierbar sein.
(3) Zwischen grafischer Darstellung und mathematischer Beschreibung muss immer ein eindeutiger Zusammenhang hergestellt werden.
(4) Festlegung des Zahlenformates.
(5) Werden Werte gewählt bzw. Annahmen getroffen, so ist dies zu begründen und zu kennzeichnen.
(6) Zur besseren Übersicht können für Terme Namen vergeben werden. Die Namensvergabe muss deutlich erkennbar sein.
(7) Bezugspunkte, Bezugsrichtungen und Bezugssysteme müssen angegeben werden.

Weitere Ausführungsrichtlinien bei händischer Berechnung von Zahlenwerten:

(1) Anschreiben der Größengleichung.
(2) Einsetzen der Werte der physikalischen Größe (Zahlenwert mal Einheit).
(3) Kürzen der Einheiten und Überprüfung, ob die dabei entstehende Einheit der Einheit der gesuchten Größe entspricht.
(4) Kürzen der Vorsilben bzw. 10er-Potenzen.
(5) Berechnung des Zahlenwertes.
(6) Kontrolle auf Plausibilität.

Erklärendes Beispiel

Es ist der Energieinhalt einer Spule mit 220mH (Milli Henry) zum Zeitpunkt t=16ms zu berechnen. Zu diesem Zeitpunkt beträgt die Stromstärke 45mA.
Das Ergebnis ist ingenieurtechnisch auf zwei Nachkommastellen gerundet darzustellen.

Die Größengleichung der Energie lautet:	$E_L(t) = \frac{1}{2} L.i_L{}^2(t)$
Die SI-Einheit der Induktivität:	$[L] = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} = \mathrm{H}$
Die SI-Einheit der Energie:	$[E] = \mathrm{VAs} = \mathrm{Ws}$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L.i_L{}^2(t) = \frac{1}{2} 220\mathrm{m}\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}.(45\mathrm{mA})^2 = \frac{1}{2} 220\mathrm{m}\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}.(45)^2.\mathrm{m}^2.\mathrm{A}^2 = \frac{1}{2} 220.(45)^2.\mathrm{m}^3 \cdot \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}\mathrm{A}^2$$
$$= 222750\mathrm{nVAs} = 222{,}75\mathrm{\mu VAs} = 222{,}75\mathrm{\mu Ws}$$

Häufiger Fehler bei der Berechnung

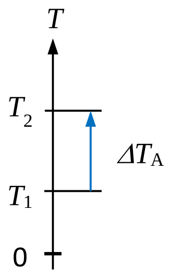
Die Fehler bei der händischen Berechnung mit Werten liegen häufig darin, dass die Beschreibung in der Größengleichung nicht korrekt für die Zahlenwerte umgesetzt wird.

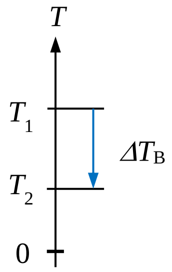
$$E_L(t) = \frac{1}{2} L.i_L{}^2(t) = \frac{1}{2} 220\mathrm{m}\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}.\underbrace{45\mathrm{mA}^2}_{1.\ Fehler} = \frac{1}{2} 220\mathrm{m}\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}.(45)^2.\ \underbrace{\mathrm{mA}}_{2.\ Fehler}{}^2 = 222750\mathrm{\mu Ws} = 222{,}75\mathrm{mWs}$$

Das Ergebnis der zweiten Berechnung weicht um den Faktor 1000 vom ersten Ergebnis ab!

4.3 Die grafische Darstellung und Beschreibung von Zusammenhängen

Skalare Größen können auf einer Achse dargestellt werden. Die Temperatur ist eine skalare Größe und kann daher auf einer Skala aufgetragen werden (siehe Thermometer). Die Skala hat einen Ursprung, mit „0“ gekennzeichnet, und verläuft in Pfeilrichtung positiv ansteigend.

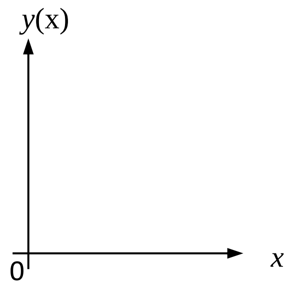




Wie zu erkennen, zeigt ΔT_{A} einen positiven Temperaturanstieg an. Die Pfeilrichtung von ΔT_{A} zeigt in Pfeilrichtung (positive Richtung) der Skala für T. Der Wert von ΔT_{A} ist daher auch positiv.
ΔT_{B} hingegen ist ein negativer Temperaturanstieg, also eine Temperatur-abnahme. Die Pfeilrichtung von ΔT_{B} zeigt gegen die Pfeilrichtung der Skala für T.

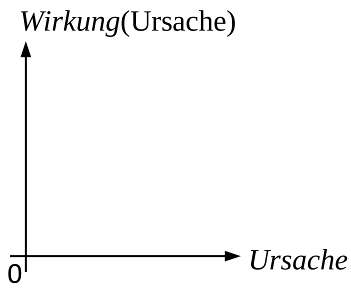
4.3.1 Zusammenhang von Größen und grafische Darstellung im x-y-Diagramm

Das Diagramm, in dem zwei Größen x und y eingetragen werden können, wird als x-y-Diagramm bezeichnet, wobei die Größe y von x abhängig ist, also $y = f(x)$ oder noch kürzer $y(x)$.
Die x-Achse wird auch als Abszisse und die y-Achse als Ordinate bezeichnet.

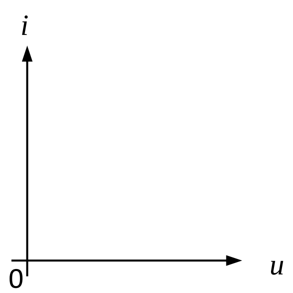


Die Achsen stehen 90° aufeinander (orthogonal), dieses System wird als kartesisches Koordinatensystem bezeichnet. Die Achsen schneiden sich im Koordinatenursprung, der mit „0“ gekennzeichnet ist.

Darstellung physikalischer Größen
Bei der Darstellung von physikalischen Größen wird auf der x-Achse die Ursachengröße und auf der y-Achse die Wirkungsgröße aufgetragen.
Es kann in diesem Diagramm analysiert werden, wie sich die Wirkungsgröße verhält, wenn sich die Ursachengröße ändert.

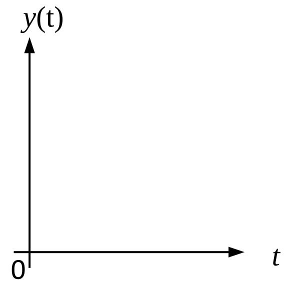


Ausnahme
Nicht immer ist die Ursachengröße auf der x-Achse aufgetragen.
Beispiel Strom- und Spannungszusammenhang: Die Quellenspannung ist die Ursache, dass ein Strom in einer Schaltung fließen kann. Der Stromfluss ist wiederum die Ursache, dass an einer Last eine Spannung abfällt.
Unabhängig von Ursache und Wirkung ist bei einem u-i-Diagramm die x-Achse üblicherweise die Spannungsachse und die y-Achse die Stromachse.



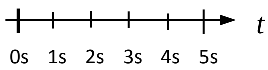
Zeitabhängige Größen, Darstellung im y-t-Diagramm

Wird eine Größe in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt, $y = f(t)$ oder kurz $y(t)$, handelt es sich um ein y-t-Diagramm. Die x-Achse ist dann immer die Zeitachse.



4.3.2 Größenachsen und Werte physikalischer Größen

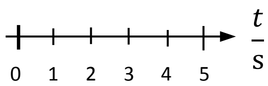
Die Zeitachse wird in Sekunden unterteilt, die Angabe der Einheit Sekunden steht beim Zahlenwert.



Effizienter ist es, wenn nur der Zahlenwert angeschrieben wird. Dies kann durch Umformung leicht erreicht werden

$t_1 = 2\text{s} \quad | \cdot \frac{1}{\text{s}}$

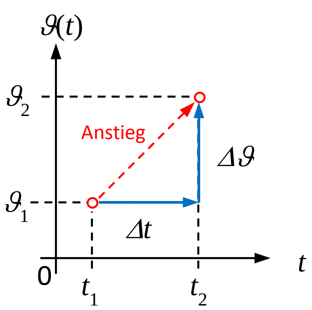
$\frac{t_1}{\text{s}} = 2$ ... Aussage: Der Wert der Zeit t_1 in Sekunden beträgt 2.



Grundsätzlich ist es falsch, wenn die Einheit neben der Größe in eckiger Klammer steht, da [s] die Einheit von s bedeutet, und sie kann, wenn es sich um die Größe Weg handelt, nur Meter sein und nicht Sekunde!
Achtung: Dieser Fehler wird häufig gemacht.

4.3.3 Aussagen über Augenblickswert und die zeitliche Änderung von Größen

In Zeitdiagrammen kann der Zeitaugenblickswert einer Größe $y(t)$ und auch die Größenänderungsgeschwindigkeit abgelesen werden.
Jede Größenänderung Δy bezogen auf die Zeitspanne Δt, in der die Änderung erfolgt ist, wird nachfolgend als Größenänderungsgeschwindigkeit bezeichnet.



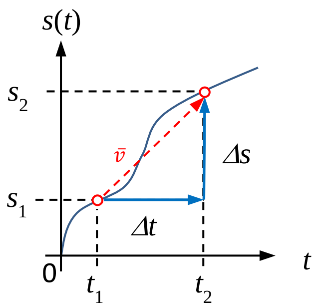
Ein Raum wird aufgeheizt: Zum Zeitpunkt t_1 wird die Temperatur ϑ_1 und zum Zeitpunkt t_2 die Temperatur ϑ_2 gemessen. ϑ_1 und ϑ_2 werden als Augenblicks- oder Momentanwert bezeichnet.

Die Temperaturänderung in Abhängigkeit der Dauer, in der die Änderung stattgefunden hat, soll angegeben werden.
Die Temperaturänderungsgeschwindigkeit ist dann:

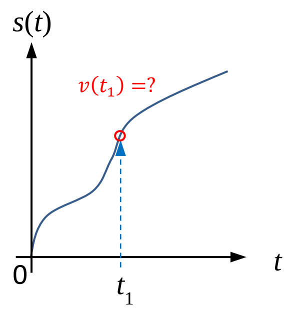
$\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{t_2 - t_1}$

$\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$ wird als Steigung bezeichnet.
Die Temperaturänderung ist positiv, die Zeitänderung ist positiv, daher steigt die Temperatur an.

Allgemein wird $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ in der Mathematik als Differenzenquotient bezeichnet.

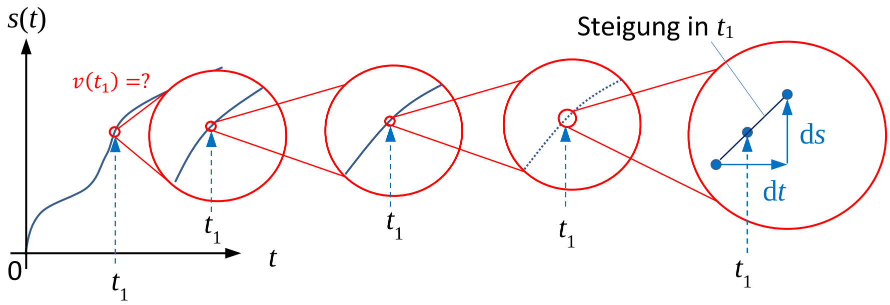


Die mittlere Geschwindigkeit: $\bar{v}$
Es wird die Dauer Δt gemessen, in der ein Fahrzeug die Wegstrecke Δs zurücklegt.
$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$



Die Momentangeschwindigkeit: $v(t)$
Damit man zum Momentan- bzw. Augenblickswert kommt, müsste genau in dem Zeitpunkt t_1 die Wegänderung festgestellt werden können.

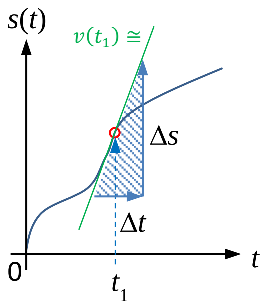
Folgende Überlegung hilft weiter: Der Ausschnitt des Kurvenverlaufs wird im betrachteten Zeitpunkt solange immer wieder vergrößert, bis sich die Linie in Punkten auflöst. Verbindet man nun den Vorgängerpunkt und den Nachfolgerpunkt, dann kann wieder die Steigung in diesem Punkt eingezeichnet werden.
Es ist vorstellbar, dass die Vergrößerung immer wieder stattfindet, also eine unendliche Vergrößerung entsteht, das bedeutet aber gleichzeitig, dass die Dauer Δt nun unendlich klein wird. Gleichzeitig wird bei unendlich kleiner Dauer auch der zurückgelegte Weg Δs in dieser Zeitdauer unendlich klein werden. Für die Beschreibung unendlich kleiner und schon nicht mehr messbarer DifferenzenΔ wird das Differential d verwendet: $\Delta t \to 0 \;\Rightarrow\; \mathrm{d}t$ bzw. $\Delta s \to 0 \;\Rightarrow\; \mathrm{d}s$



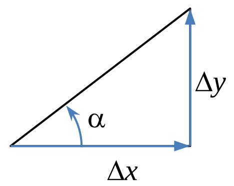
Das Schöne an der Sprache der Mathematik ist nun, dass die oben gemachte Überlegung nicht nur formal beschreibbar ist, sondern, wenn der Funktionsverlauf mathematisch beschreibbar ist, auch noch berechnet werden kann.

Die Momentangeschwindigkeit erhält man also mit $v(t) = \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$ und ist nichts anderes wie die Steigung genau in dem Zeitpunkt *t*.
Allgemein wird $\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}x}$ in der Mathematik als Differentialquotient bezeichnet.

Die grafische Ermittlung der Augenblicksgeschwindigkeit
Wie ist vorzugehen, wenn der Kurvenverlauf als Diagramm gegeben ist, die mathematische Funktion aber nicht bekannt ist?
Dieser Fall kommt häufig vor, da Kurvenverläufe messtechnisch, beispielsweise mittels Oszilloskop, aufgezeichnet werden können.

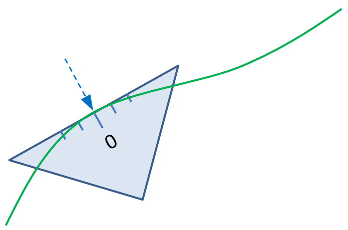


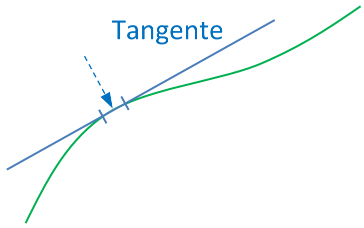
Der oben beschriebene Vorgang wird nun ohne Vergrößerung durchgeführt. Genau in dem Zeitpunkt, in dem die Geschwindigkeit ermittelt werden soll, wird die Tangente angelegt und die Steigung der Tangente ermittelt. Der Steigungswert entspricht dann in etwa dem Geschwindigkeitswert in diesem Zeitpunkt: $v(t_1) \underset{gr.}{\cong} \frac{\Delta s}{\Delta t}(t_1)$



Der Tangens $\tan(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ist eine Winkelfunktion und beschreibt das Verhältnis von Gegenkathete zu Ankathete eines rechtwinkeligen Dreiecks. In unserem Fall die Steigung des Steigungsdreiecks.

Anlegen einer Tangente in einem Punkt eines Kurvenverlaufs:
Der 0-Punkt des Geodreiecks liegt genau in dem Punkt, an dem die Steigung ermittelt werden soll. Das Dreieck wird nun solange verdreht, bis rechts und links vom 0-Punkt eine gleich langes „Geradenstück“ erkannt wird. Nun wird die Tangente eingezeichnet.





Per Definition der Tangente darf diese die Kurve nur in einem Punkt berühren. Es geht aber darum, die Steigung in dem Punkt zu ermitteln, daher bleibt gar nichts anderes übrig, als Stützstellen zu verwenden, um das Steigungsdreieck einzeichnen zu können.

4.3.4 Größen, die abhängig von der Größenänderungsgeschwindigkeit sind

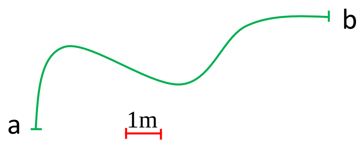
Das Wissen, wie schnell sich eine Größe in der Zeit ändert, ist für die Auslegung (Dimensionierung) technischer Systeme von großer Bedeutung. Beispielsweise müssen Rückhaltesysteme (Sicherheitsgurt) in Fahrzeugen so dimensioniert werden, dass sie den Kräften, die bei extremen Geschwindigkeitsänderungen auftreten, standhalten können.
In unten stehender Tabelle sind einige Größen aufgelistet, die von der Änderungsgeschwindigkeit anderer Größen abhängen.

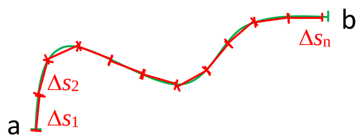
Größengleichung	Aussage
$v(t) = \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$	Die Momentangeschwindigkeit $v(t)$, Geschwindigkeit im Zeitaugenblick, gibt Auskunft über die Wegänderungsgeschwindigkeit, also welche Strecke im Moment zurückgelegt wird.
$a(t) = \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$	Die Momentanbeschleunigung $a(t)$ ist ein Maß dafür, wie schnell sich die Geschwindigkeit im Moment ändert (Geschwindigkeitsänderungsgeschwindigkeit).
$F(t) = m.a(t) = m\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$	Die Momentankraft $F(t)$, die auf einen Körper mit der Masse m einwirkt, ist direkt proportional zur Beschleunigung des Körpers.
$P(t) = \frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t}$	Die Momentanleistung $P(t)$ ist ein Maß für die Energieänderungsgeschwindigkeit. Sie gibt also Auskunft darüber, wie schnell sich die Energie in einem Zeitpunkt ändert.
$u(t) = L \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$	Die Spannung im Zeitaugenblick $u(t)$ ist direkt proportional zur Stromänderungsgeschwindigkeit.

4.4 Die Summe unendlich kleiner Differenzen

Für die Beschreibung der Momentangeschwindigkeit wurde das Denkmodell der unendlich kleinen Differenz (Differential) verwendet. Für die Geschwindigkeit wird der Differentialquotient benötigt: $v(t) = \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$

Jetzt wird folgende Überlegung angestellt: Die Wegstrecke s von a nach b (s_{ab}) ist mit einem Meterstab (Maßstab) zu ermitteln.





Wie leicht zu erkennen ist, kann der Weg s_{ab} nicht exakt ermittelt werden, da der Meterstab sich nicht an den Kurvenverlauf angleicht:

$s_{ab} \cong \Delta s_1 + \Delta s_2 + \cdots + \Delta s_n$

Genauer wird das Ergebnis, wenn nicht ein Meterstab verwendet wird, sondern eine Messung in Zentimetern oder noch besser in Millimetern, in Mikrometern, in Nanometern erfolgt, exakt ist es aber dann immer noch nicht. Hier stoßen wir schon an die Grenzen des technisch Machbaren, sind aber noch lange nicht bei den Grenzen des Denkbaren angelangt. Vorstellbar ist eine unendlich kleine Messauflösung, die dann ein exaktes Ergebnis liefert. Wenn also die diskreten Werte Δs zu unendlich kleinen Werten $\mathrm{d}s$ zusammenschrumpfen, kann man die $\mathrm{d}s$-Stücke so aneinanderreihen, dass genau der Wegverlauf entsteht: $s_{ab} \cong \Delta s_1 + \Delta s_2 + \cdots + \Delta s_n$ wird zu $s_{ab} = \mathrm{d}s + \mathrm{d}s + \cdots$

Für die Unterscheidung dieser Summen werden zwei verschiedene Symbole eingesetzt: Für die Summe diskreter Teile (Δ) verwendet man das Σ-Symbol und es wird als Summe bezeichnet, für die Summe unendlich kleiner Teile (d) verwendet man das $\int$-Symbol, das als Integral bezeichnet wird.

Die endliche Summe der diskreten Teilstücke Δs:

$$s_{ab} \cong \Delta s_1 + \Delta s_2 + \dots + \Delta s_n = \sum_{k=1}^{n} \Delta s_n$$

$$\Delta s \to 0 \Rightarrow \mathrm{d}s$$

Die Summe unendlich kleiner Teilstücke $\mathrm{d}s$:

$$s_{ab} = \mathrm{d}s + \mathrm{d}s + \dots = \int_a^b \mathrm{d}s$$

Wenn Δs unendlich klein, also $\mathrm{d}s$ wird, dann ist der Verlauf nicht mehr stückweise linear (eckig Σ), sondern deckungsgleich mit dem Kurvenverlauf (rund $\int$) und das Ergebnis wird nicht mehr nur ungefähr gleich einem bestimmten Wert, sondern exakt, also genau gleich einen bestimmtem Wert sein.

$$s_{ab} \cong \sum_{k=1}^{n} \Delta s_k$$

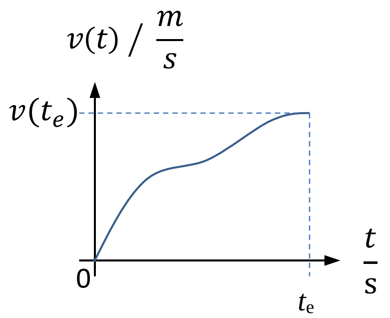
$$\downarrow$$

$$s_{ab} = \int_a^b \mathrm{d}s$$

4.4.1 Anwendung der Summen- bzw. Integralrechnung auf physikalische Größen

Die Anwendung kann am einfachsten anhand eines Beispiels gezeigt werden.

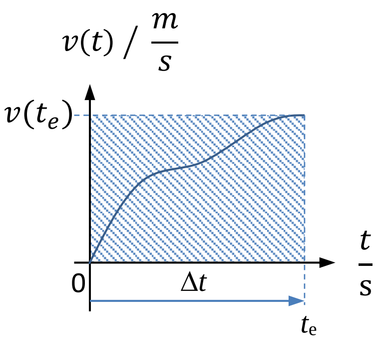
Ausgangssituation: Geschwindigkeits-Zeitdiagramm



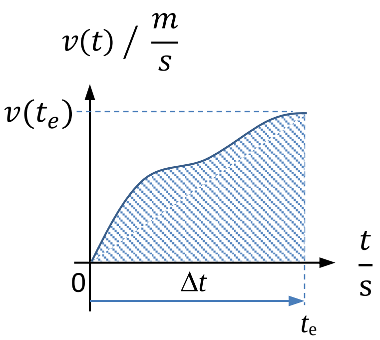
Das Geschwindigkeitsdiagramm hat als x-Achsengröße die Zeit in Sekunden und als y-Achsengröße die Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde.

Ziel: Aus dem Diagramm soll der zurückgelegte Weg ermittelt werden.

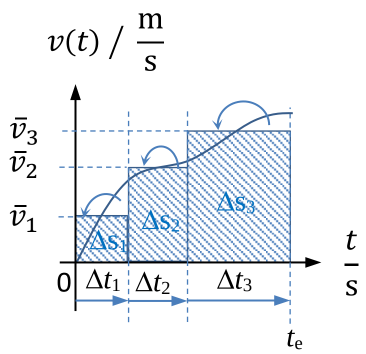
Lösungsidee: Aus den Einheiten der Achsen lässt sich die Einheit des Weges leicht berechnen.
Die Einheit des Weges in Meter erhält man durch Multiplikation der Einheit der Geschwindigkeit mal der Einheit der Zeit: $[s] = [v.t] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{m}$
Es liegt also nahe, dass sich der Weg aus der Multiplikation von Geschwindigkeit und Zeitdauer bilden wird.



Die Multiplikation der Endgeschwindigkeit $v(t_e)$ mit der Zeitdauer Δt kann nicht die Lösung sein. Das Objekt hat ja erst zum Schluss bei t_e die Endgeschwindigkeit erreicht. Geometrisch gedeutet entspricht in dem x-y-Diagramm eine Multiplikation der Achsengrößen immer einer Rechteckfläche: $A = x.y$



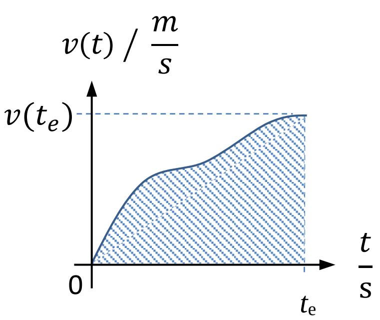
Der zurückgelegte Weg kann eigentlich nur der Fläche unter dem Geschwindigkeitsverlauf entsprechen, da eine Fläche immer einer Multiplikation der y- und x-Achsengrößen entspricht.



Näherungslösung über Rechteckflächen:
Für jede Zeitdauer Δt wird anstelle des Flächenstücks unter der Kurve ein annähernd gleiches Rechteckflächenstück gebildet. Die Geschwindigkeit ist dann die mittlere Geschwindigkeit während der Dauer. Daraus lassen sich in Annäherung die Wegstücke Δs berechnen, die während der Zeitdauer Δt zurückgelegt wurden.

$$s(t_e) \cong \bar{v}_1.\Delta t_1 + \bar{v}_2.\Delta t_2 + \bar{v}_3.\Delta t_3 = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3$$

$$s(t_e) \cong \sum_{k=1}^{3} \bar{v}_k.\Delta t_k = \sum_{k=1}^{3} \Delta s_k$$



Wird nun die Zeitdauer Δt unendlich klein $\mathrm{d}t$ gewählt, dann sind die Flächenstücke unendlich klein und nach jedem $\mathrm{d}t$ ist man wieder genau auf dem Kurvenverlauf: $s(t) = v(t).\mathrm{d}t$
Die Summe der unendlich kleinen Flächenstücke ist dann exakt der zurückgelegte Weg.

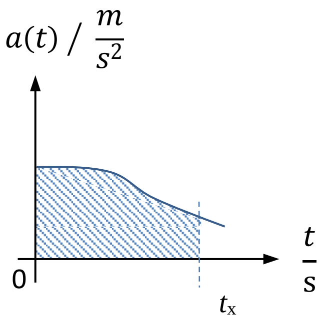
$$s(t_e) = \int_0^{t_e} v(t).\mathrm{d}t$$

Allgemeine Aussage: In einem x-y-Diagramm ist dann $\int y(x).\mathrm{d}x$ die Fläche unter dem Verlauf von y.

4.4.2 Größen, die abhängig von der Fläche unter der Kurve sind

Wenn wieder die Einheiten der Achsen multipliziert werden, dann ist aus der sich ergebenden Einheit die physikalische Größe leicht zuordenbar, wie aus den beiden untenstehenden Diagrammen ersichtlich ist.

Größenverlauf

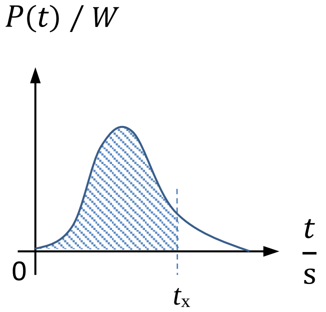


Fläche unter der Kurve

$$[a.t] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{s} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = [v]$$

Die Geschwindigkeit im Zeitaugenblick t_x ist gleich der Fläche unter dem Beschleunigungsverlauf bis zu diesem Zeitpunkt.

$$v(t_x) = \int_0^{t_x} a(t).\mathrm{d}t$$



$$[P.t] = \mathrm{W} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{Ws} = [E]$$

Die Energie, die bis zum Zeitpunkt t_x umgesetzt wird, ist gleich der Fläche unter dem Leistungsverlauf bis zu diesem Zeitpunkt.

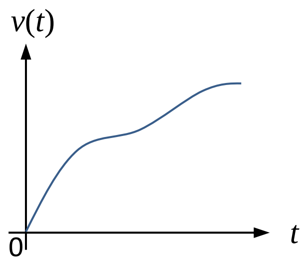
$$E(t_x) = \int_0^{t_x} P(t).\mathrm{d}t$$

4.5 Der Zusammenhang zwischen Fläche und Steigung

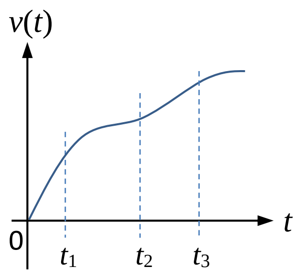
Steigung	Umformung	Fläche
$v(t) = \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t} \quad \vert .\,\mathrm{d}t$	$\mathrm{d}s(t) = v(t).\mathrm{d}t$	$s(t) = \int \mathrm{d}s(t) = \int v(t).\mathrm{d}t$
$a(t) = \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} \quad \vert .\,\mathrm{d}t$	$\mathrm{d}v(t) = a(t).\mathrm{d}t$	$v(t) = \int \mathrm{d}v(t) = \int a(t).\mathrm{d}t$
$P(t) = \frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t} \quad \vert .\,\mathrm{d}t$	$\mathrm{d}E(t) = P(t).\mathrm{d}t$	$E(t) = \int \mathrm{dE}(t) = \int P(t).\mathrm{d}t$

Fläche	Umformung	Steigung
$s(t) = \int v(t).\mathrm{d}t \quad \vert \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$	$\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\int v(t).\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t}$	$v(t) = \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$
$v(t) = \int a(t).\mathrm{d}t \quad \vert \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$	$\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\int a(t).\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t}$	$a(t) = \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$
$E(t) = \int P(t).\mathrm{d}t \quad \vert \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$	$\frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\int P(t).\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t}$	$P(t) = \frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t} \quad \vert .\,\mathrm{d}t$

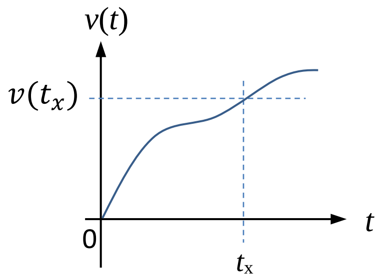
4.6 Analyse und Interpretation von Verläufen



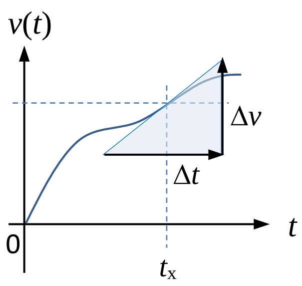
Am Beispiel des Geschwindigkeits-Zeitdiagramms wird gezeigt, welche Aussagen und Werte aus dem Verlauf abgelesen werden können.



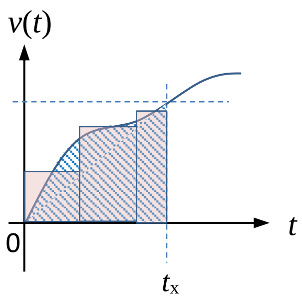
Interpretation der Steigung des Verlaufes:
Die Steigung (=Beschleunigung) ist von 0 bis t_1 am größten und annähernd konstant, flacht dann ab, die Beschleunigung wird also kleiner.
Ab etwa t_2 ist wieder ein nahezu linearer Anstieg bis t_3 erkennbar. Die Beschleunigung ist in diesem Bereich fast konstant, aber nicht so groß wie zwischen 0 und t_1.



Auswertung zu einem x-beliebigen Zeitpunkt t_x:
Die Momentangeschwindigkeit $v(t_x)$ ist direkt aus dem Diagramm ablesbar.



Auswertung zu einem x-beliebigen Zeitpunkt t_x:
Die Beschleunigung $a(t_x) \underset{gr.}{\cong} \frac{\Delta v}{\Delta t}(t_x)$ ergibt sich aus den Daten des Steigungsdreiecks im Zeitpunkt t_x.



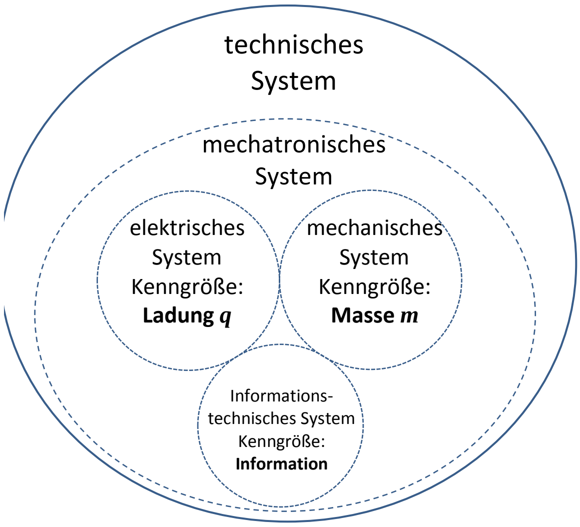
Auswertung zu einem x-beliebigen Zeitpunkt t_x:

Die zurückgelegte Wegstrecke entspricht der Fläche unter dem Geschwindigkeitsverlauf bis zum Zeitpunkt t_x.

$$s(t_x) = \int_0^{t_x} v(t).\,\mathrm{d}t \underset{gr.}{\cong} \sum_{k=1}^{n} \bar{v}_k.\Delta t_k$$

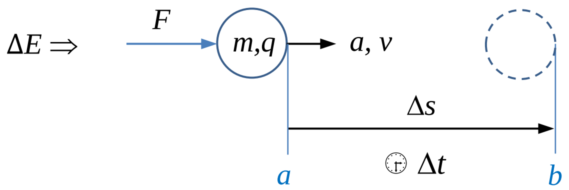
5 Systemunabhängige Größen

Technische Anlagen bestehen immer aus elektrischen, elektronischen und mechanischen Komponenten. Die Steuerung und Regelung der Anlage erfolgt über programmierbare, also informations-technische, Komponenten.
Konstrukteurinnen und Konstrukteure müssen daher über die Schnittstellen der verschiedenen Teilsysteme Bescheid wissen.
Die Kenngröße des elektrischen Systems ist die Ladung beziehungsweise die Ladungsmenge. Das Größensymbol der Landungsmenge ist Q oder q und steht für (lateinisch) *quantum*.
Im mechanischen System ist die Kenngröße die Masse, die das Größensymbol m für (englisch) *mass* erhält.



5.1 Systemunabhängige Größen

Diese Größen haben in allen Systemen gleiche Bedeutung sind also systemunabhängig.
Am Beispiel einer geladenen metallischen Kugel (ein physikalischer Körper, der Masse und Ladungsüberschuss besitzt) ist leicht zu erkennen, dass Beobachtungen am Körper gemacht werden können, die unabhängig von der Eigenschaft des Körpers sind.
Wenn genug Energie vorhanden ist, kann die Kugel durch Krafteinwirkung beschleunigt werden. Sie legt dabei, während die Zeit vergeht, einen Weg zurück und bewegt sich dabei in einem Raum mit bestimmter Umgebungstemperatur. Diese Beobachtung zeigt, dass unabhängig, ob eine Ladung oder eine Masse bewegt wird, die Eigenschaften, die durch die Größen Energie, Kraft, Weg, Arbeit, Leistung, Zeit, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Temperatur ausgedrückt werden, dem Körper zugeschrieben werden können.



5.1.1 Der Weg $\vec{s}$, die Länge des Weges s

Der Weg (auch Trajektorie, Bahnkurve bzw. Flugbahn), mit dem Formelzeichen s bezeichnet, ist die Bewegungsbahn (Ortsraumkurve) eines Körpers im Raum. Für Längenausdehnungen von Körpern wird meist das Größensymbol l (*length*) und für Höhen das Symbol h (*heigth*) verwendet. Allgemein werden Ausdehnungen in einem orthogonalen dreidimensionalen Raum mit x, y und z angegeben.
Auf die Aufforderung: „Gehen Sie einen Kilometer!“, macht die Frage nach dem Wohin einen Sinn.
Der Weg ist also eine vektorielle Größe, da er eine Richtung im Raum hat. Zur Kennzeichnung wird über das Größensymbol ein Pfeil gezeichnet $\vec{s}$.

Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Einheit (*unit*)	Betragswert (*magnitude*)	Wegstück, Wegänderung
Weg *distance*	$\vec{s}$	$[s] = \mathrm{m}$	$s = \lvert\vec{s}\rvert$	$\Delta s \coloneqq s_2 - s_1$

Der Betragswert: Will man wissen, wie weit man bei einer Wanderung gegangen ist, dann spielt die Vektoreigenschaft des Weges keine Rolle. In diesem Fall liefert der Betragswert genug Aussage.
Wegänderung, Wegstück: Darunter ist die Distanz zwischen zwei Wegpunkten zu verstehen.

5.1.2 Die Zeit t, Zeitdauer Δt

Mit der Größe Zeit t (*time*) lässt sich die Reihenfolge von Ereignissen festlegen bzw. bestimmen. Wie viel Zeit zwischen zwei Ereignissen vergeht, wird als Zeitdauer oder kurz Dauer bezeichnet und mit Δt symbolisiert.

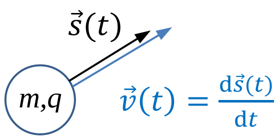
Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Einheit (*unit*)	Dauer (*duration*)
Zeit *time*	t	$[t] = \mathrm{s}$	$\Delta t \coloneqq t_2 - t_1$

5.1.3 Die Geschwindigkeit $\vec{v}$

Die Geschwindigkeit ist ein Maß dafür, wie schnell ein Körper einen bestimmten Weg zurücklegt. Der zurückgelegte Weg wird in Bezug zur dafür benötigten Zeit gestellt.

Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Größengleichung (*quantity equation*)	Einheit (*unit*)	Betragswert (*magnitude*)
Geschwindigkeit (*velocity*)	$\vec{v}$	$\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{s}(t)}{\mathrm{d}t}$	$[v] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$v(t) = \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$

Da der Weg vektoriellen Charakter hat, muss auch die Geschwindigkeit ein Vektor sein.



Der Körper hat zu einem bestimmten Zeitpunkt t eine Bewegungsrichtung $\vec{s}(t)$und legt in diesem Zeitpunkt eine Wegstrecke $\mathrm{d}s$ in der Zeit $\mathrm{d}t$ zurück. Damit hat auch die Geschwindigkeit die gleiche Richtung wie die Bewegungsrichtung.
Nur die Pfeillänge, der Maßstab und die Einheit des Vektors haben sich geändert.

5.1.4 Die Beschleunigung $\vec{a}$

Die Beschleunigung ist nun ein Maß dafür, wie schnell sich die Geschwindigkeit eines Körpers ändert.

Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Größengleichung (*quantity equation*)	Einheit (*unit*)	Betragswert (*magnitude*)
Beschleunigung *acceleration*	$\vec{a}$	$\vec{a}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{v}(t)}{\mathrm{d}t}$	$[a] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	$a(t) = \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s(t)}{(\mathrm{d}t)^2}$$

Die Beschleunigung ist sozusagen die Geschwindigkeitsänderungsgeschwindigkeit.

5.1.5 Die Energie E

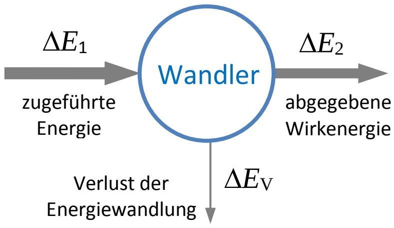
Für alle physikalischen Abläufe gilt die Energieerhaltung. Daher sollten alle Überlegungen zu Abläufen immer mit der Größe Energie beginnen. Damit ein Vorgang in der Natur ablaufen kann, muss dafür Energie vorhanden sein. Energie kann nach dem Erhaltungssatz nur von einer Form in eine andere Form gewandelt werden. Ein Generator setzt beispielsweise mechanische Energie in elektrische Energie um. Diese Energie wird dann mittels Energieträger, hier der elektrische Strom, übertragen und beim Motor wieder von elektrischer in mechanische Energie umgewandelt.
Für alle Formen der Energie wird das Symbol E für (englisch) *energy* verwendet, die Energie ist eine skalare Größe, die je nach Energieform unterschiedliche Einheit besitzen kann.

Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Einheit (*unit*)		
Energie *energy*	E	$[E_{\mathrm{mechanisch}}] = \mathrm{Nm}$ Newtonmeter	$[E_{\mathrm{thermisch}}] = \mathrm{J}$ Joule	$[E_{\mathrm{elektrisch}}] = \mathrm{Ws}$ Wattsekunden

5.1.6 Energiewandler und Energiefluss

Viele Bauteile und Geräte in der Technik sind nichts anderes als Energiewandler (beispielsweise: Mikrophon $\rightarrow$ Schallenergie in elektrische Energie, Lautsprecher $\rightarrow$ elektrische Energie in Schallenergie, Taschenlampe $\rightarrow$ chemische Energie in Lichtenergie (elektromagnetische Welle)).

Dem Wandler wird von außen eine bestimmte Energiemenge ΔE_1 zugeführt, die er dann in Wirkenergie ΔE_2 umwandelt. Da bei der Wandlung Verluste auftreten, wird ein Teil der zugeführten Energie in Verlustenergie (Wärme) ΔE_V umgewandelt.
Dieser Vorgang ist mit Energieflüssen leicht darstellbar.



5.1.7 Energieerhaltungssatz und Energieflussrichtung

Der Wandler ist ein geschlossenes System, für den der Energieerhaltungssatz gilt:

$$\sum_{\circ} E(t) = konstant$$

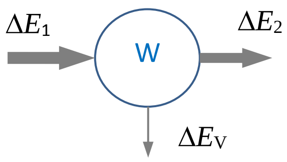
Daraus kann für den Wandler abgeleitet werden, dass die Summe aller zugeführten und die Summe aller abgeführten Energien immer gleich sein muss, das gilt auch für unendlich kleine Energieänderungen in jedem Zeitpunkt:

$$\sum \Delta E_{zu} = \sum \Delta E_{ab}$$

$$\sum \Delta E_{zu} - \sum \Delta E_{ab} = \sum_{\circ} \Delta E = 0$$

$$\int dE_{zu}(t) = \int dE_{ab}(t)$$

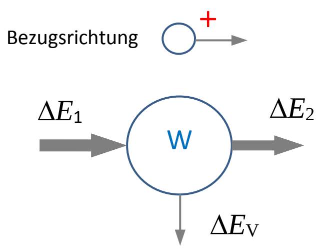
$$\int dE_{zu}(t) - \int dE_{ab}(t) = \int dE(t) = 0$$



Durch die Festlegung einer Bezugsrichtung erhalten wir die Vorzeichen der physikalischen Größe:

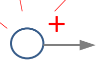
$$\sum_{\circ} \Delta E = 0$$

Die Bezugsrichtung des Energieflusses kann willkürlich gewählt werden:



$$\sum_{\circ} \Delta E = 0$$

$$(-\Delta E_1) + (+\Delta E_2) + (+\Delta E_V) = 0 = -\Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_V$$



Das Vorzeichen der Größe wird durch die Bezugsrichtung festgelegt.

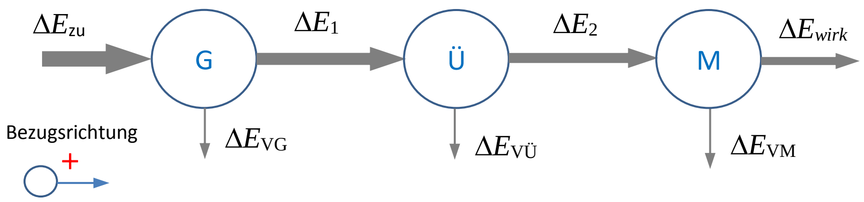
5.1.8 Die Effizienz eines Wandlers: Wirkungsgrad η

Ein wesentliches Merkmal eines Energiewandlers ist seine Effizienz in der Energiewandlung, also wie gut er die zugeführte Energie in Wirkenergie umwandelt.
Ein Maß dafür ist das Verhältnis von der im Augenblick erhaltenen Wirkenergie (abgegebenen Energie) in Bezug auf die im gleichen Augenblick zugeführte Energie und wird als Wirkungsgrad bezeichnet.

Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Größengleichung (*quantity equation*)	Einheit (*unit*)
Wirkungsgrad *efficiency*	η	$\eta = \frac{\mathrm{d}E_{wirk}(t)}{\mathrm{d}E_{zu}(t)}$	$[\eta] = 1$

5.1.9 Die Effizienz eines Systems

In technischen Systemen werden sehr häufig Energiewandler hintereinander gekoppelt. Der Gesamtwirkungsgrad wird dann aus den Teilwirkungsgraden der Wandler und den Wirkungsgraden der Energieübertragungsstrecken gebildet.
In unten stehender Grafik wird von einem Generator G mechanische in elektrische Energie gewandelt und über die Übertragungsstrecke Ü an den Motor M weitergeleitet, der diese Energie wieder in mechanische umwandelt. Beim Generator, bei der Übertragung und beim Motor entstehen Verluste.



Der Gesamtwirkungsgrad der obigen Anordnung von Wandlern und Übertragungsstrecke ergibt sich also aus dem Produkt der Teilwirkungsgrade.

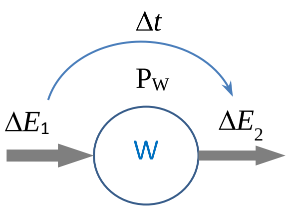
$$\eta = \frac{\Delta E_{wirk}}{\Delta E_{zu}} = \frac{\Delta E_1}{\Delta E_{zu}} \cdot \frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} \cdot \frac{\Delta E_{wirk}}{\Delta E_2} = \eta_G \cdot \eta_{\ddot{U}} \cdot \eta_M$$

Allgemein gilt für n hintereinander Wandler und Übertragungseinrichtungen:

$$\eta_{ges} = \eta_1 . \eta_2 . \ \ldots \ . \eta_n = \prod_{k=1}^{n} \eta_k$$

5.1.10 Die Geschwindigkeit der Energieumwandlung: Leistung P

Der Wirkungsgrad η gibt Auskunft, wie gut ein Wandler die Umwandlung durchführt, die Leistung P (englisch: power) ist nun die Größe, die Auskunft gibt, wie schnell die Umwandlung erfolgt.



$$\overline{P(t)} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Allgemein gilt für eine auch noch so kleine Energieänderung:

$$P(t) = \frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t}$$

Die Leistung ist also ein Maß für die Energieänderungsgeschwindigkeit.

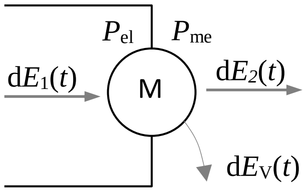
Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Größengleichung (*quantity equation*)	Einheit (*unit*)
Leistung *power*	P	$P(t) = \frac{\mathrm{dE}(t)}{\mathrm{d}t}$	$[P] = \frac{\mathrm{Ws}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}$

Für die Dimensionierung von Systemkomponenten ist es notwendig zu wissen, wie schnell die Energie umgewandelt wird, da die Belastung der Systemkomponenten ja direkt mit der Geschwindigkeit der Energieumwandlung zusammenhängt. Die Leistung ist also eine wesentliche Dimensionierungsgröße.

5.1.11 Zusammenhang zwischen Wirkungsgrad und Leistung

Physikalisch betrachtet ist die Effizienz eines Wandlers die abgegebene Energie (Wirkenergie) in Bezug auf die zugeführte Energie. Das Messen von Energie ist aber aufwändig (siehe Energiezähler im Zählerkasten), einfacher gestaltet sich die Leistungsmessung, daher wird aus praktischen Gründen das Leistungsverhältnis für die Bestimmung des Wirkungsgrades herangezogen.

Beispiel zur Berechnung des Wirkungsgrads eines elektrischen Motors:



Elektrische Energie wird dem Motor zugeführt und mechanische Energie abgegeben.
Auf der elektrischen Seite kann die elektrische Leistung P_{el} und auf der Antriebswelle die mechanische Leistung P_{me} gemessen werden.

$$\eta = \frac{\mathrm{d}E_{wirk}(t)}{\mathrm{d}E_{zu}(t)} = \frac{\mathrm{d}E_2(t)}{\mathrm{d}E_1(t)} = \frac{\mathrm{P}_{me}(t).\mathrm{d}t}{\mathrm{P}_{el}(t).\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{P}_{me}(\mathrm{t})}{\mathrm{P}_{el}(\mathrm{t})}$$

5.1.12 Zusammenhang zwischen Energie und Arbeit

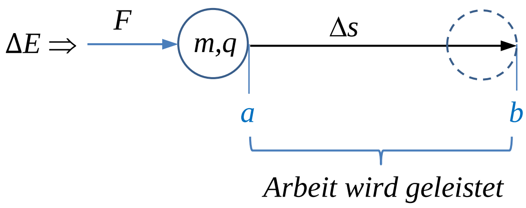
Nur wenn sich die Energie ändert, kann Arbeit verrichtet werden. Anders herum, wenn sich die Energie in einem System nicht ändert, dann wird auch keine Arbeit geleistet:

$$E(t) = konst. \;\Rightarrow\; \frac{dE(t)}{dt} = 0 \;\Rightarrow\; W(t) = 0$$

Unter Arbeit ist der Vorgang zu verstehen, der einen Körper (Masse, Ladung) von einem Ort zu einem anderen bewegt.

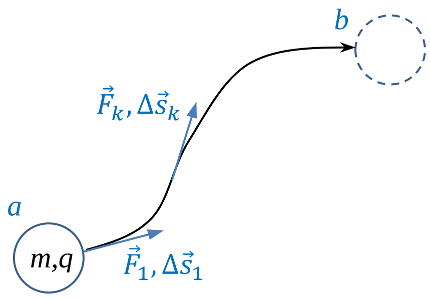
5.1.13 Der Zusammenhang zwischen Kraft $\vec{F}$, Arbeit W und Energie E

Ein Körper kann nur dann beschleunigt oder verformt werden, wenn eine Kraft auf ihn einwirkt. Damit eine Kraft ausgeübt werden kann, wird Energie benötigt. Bei der Verschiebung eines Körpers vom Punkt *a* nach *b* wird Arbeit geleistet.



Ist die Kraft konstant über dem Wegstück Δs und sind Kraft- und Verschiebungsrichtung identisch, dann berechnet sich die Verschiebungsarbeit ΔW mit: $\Delta W = F.\Delta s$
Die Energie ΔE, die für die Verschiebungsarbeit notwendig ist, wurde dabei in Bewegungsenergie umgewandelt: $\Delta W = \Delta E$

Die Einheit der Arbeit ist gleich der Einheit der Energie, wie auch aus der Einheitengleichung $[W] = [F.s] = \mathrm{Nm}$ ersichtlich ist.



Die Verschiebungsarbeit vom Raumpunkt a zum Raumpunkt b wird nun folgendermaßen berechnet:

$$W_{ab} \cong \vec{F}_1.\Delta\vec{s}_1 + \vec{F}_2.\Delta\vec{s}_2 + \cdots + \vec{F}_n.\Delta\vec{s}_n = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k.\Delta\vec{s}_k$$

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F}(s).d\vec{s}$$

Arbeit und Energie sind skalare Größen. Sie haben im Gegensatz zum Weg und der Kraft keine Richtung im Raum. Das skalare Produkt zweier Vektoren ergibt wieder einen Skalar.

5.1.14 Die Kraft $\vec{F}$

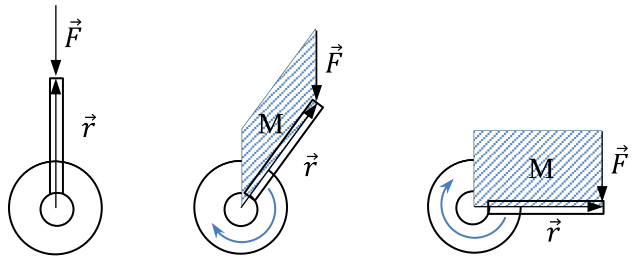
Damit ein Körper beschleunigt werden kann, muss auf ihn eine Kraft einwirken. Eine Kraft kann also die Geschwindigkeit oder die Bewegungsrichtung eines Körpers ändern. Die Kraft ist ein Maß dafür, wie viel Arbeit für die Bewegung eines Körpers entlang eines Wegstückes nötig ist. Die Kraft ist eine physikalische Größe, die erst durch die Angabe von Zahlenwert, Einheit und Richtung eindeutig festgelegt ist, hat also eine Richtung im Raum.

Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Größengleichung (*quantity equation*)	Einheit (*unit*)	Betragswert (*magnitude*)
Kraft *force*	$\vec{F}$	$\vec{F}(s) = \frac{\mathrm{dW}(s)}{d\vec{s}}$	$[F] = \frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{m}} = \mathrm{N}$	$F(s) = \frac{\mathrm{dW}(s)}{\mathrm{ds}}$

Die Kraft ist aber nicht nur für die Beschleunigung eines elastischen Körpers – beim Einwirken einer Kraft verändert der Körper seine Form, kehrt aber nach Wegfall des Kraft in die ursprüngliche Form zurück - maßgebend, sondern auch für die Verformung eines unelastischen Körpers verantwortlich.

5.1.15 Das Drehmoment $\vec{M}$

Wird ein Hebel fest an einer Welle angebracht, dann wird diese beschleunigt oder abgebremst, wenn auf diesen Hebel eine Kraft einwirkt. Das Drehmoment bestimmt mit der Drehzahl der Welle die Leistung eines Motors.
Beim Fahrrad beispielsweise wird mit der Kraft auf das Pedal ein Drehmoment erzeugt, das das Rad beschleunigt. Steht das Pedal senkrecht und greift die Kraft auch senkrecht an, dann entsteht kein Drehmoment. Erst wenn der Radiusvektor des Pedals und die Kraft, die auf das Pedal ausgeübt wird, nicht parallel zueinander stehen, kann ein Moment erzeugt werden. Das größte Moment tritt dann auf, wenn Radiusvektor und Kraftvektor 90° aufeinander stehen. Das Drehmoment ist eine gerichtete Größe. Die Fläche, die zwischen den beiden Vektoren aufgespannt wird, entspricht dem Betrag des Drehmomentes.

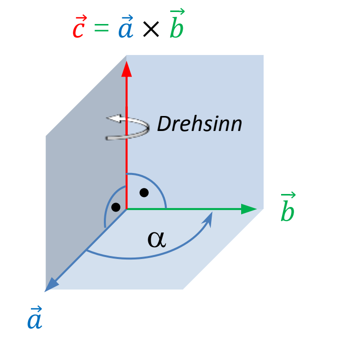


Die Fläche, die zwischen den beiden Vektoren aufgespannt wird, entspricht dem Betrag des Drehmomentes.

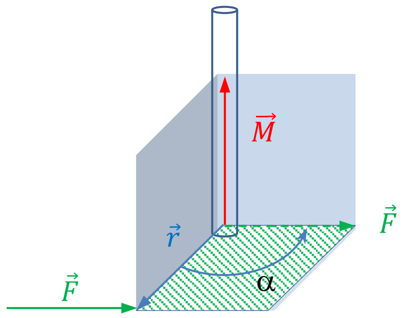
Größe (*quantity*)	Symbol (*symbol*)	Größengleichung (*quantity equation*)	Einheit (*unit*)	Betragswert (*magnitude*)
Drehmoment *momentum*	$\vec{M}$	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	$[M] = [r.F] = \mathrm{Nm}$	$M = r.F.\sin(\alpha)$

Da das Drehmoment eine gerichtete Größe ist, führt das Skalarprodukt zweier Vektoren nicht zum gewünschten Ergebnis. Damit ein Produkt zweier Vektoren wieder einen Vektor ergibt, der die Richtung und Wert der Ergebnisgröße liefert, muss eine neue Operation eingeführt werden, die genau das realisiert.
In der Mathematik ist dafür das Vektorprodukt, auch Kreuzprodukt genannt, definiert. Das Ergebnis eines Vektorprodukts ist dann wieder ein Vektor.

Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) zweier Vektoren
Das skalare Produkt zweier Vektoren ergibt einen Skalar, wohingegen das Vektorprodukt zweier Vektoren wieder einen Vektor erzeugt. Die Richtung des Drehmomentes ergibt sich dann aus der Definition des Vektorprodukts: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$



a nach b im Rechtssinn drehen

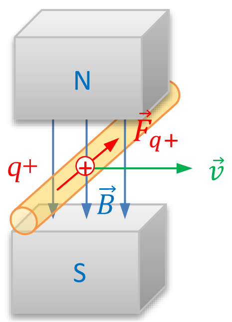


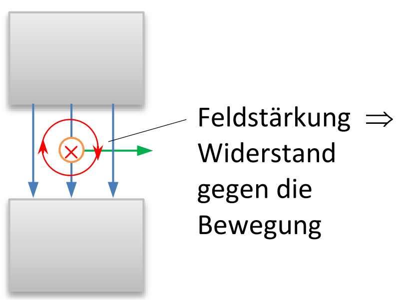
Die Kraft wird parallelverschoben, sodass beide Vektoren den gleichen Ursprung haben.

Wird Vektor a nach b im Rechtssinn gedreht, dann steht senkrecht zur Drehrichtung der Vektor c.
Der Betrag des Vektorprodukts ist gleich der Fläche des Parallelogramms, das durch die beiden Vektoren a und b aufgespannt ist.

$C = |\vec{C}| = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\sin(\alpha) = a.b.\sin(\alpha)$
α ist der spitze Winkel ausgehend vom Vektor a zum Vektor b.

Beispiel der Anwendung des Vektorprodukts in der Elektrotechnik
Laut Punkt „3.3 Abläufe von Vorgängen in der Natur“ wird gegen jede Zustandsänderung eine Kraft ausgeübt.
Ein Beispiel aus dem Bereich Elektromagnetismus soll dies veranschaulichen:
Notwendiges Wissen dafür: Ein Stromdurchflossener Leiter erzeugt rechtsgängig zum Stromfluss ein in sich geschlossenes Magnetfeld. Wird ein Leiter in ein Magnetfeld eingetaucht, dann wirkt eine Kraft F_{q+} auf die Ladungsträger so, dass der entstehende Stromfluss ein Magnetfeld aufbaut, das gegen das von außen wirkende Magnetfeld gerichtet ist. Die Geschwindigkeit v ist die Ursachengröße (verantwortlich für die Zustandsänderung). Die Magnetfeldstärke B ist die vermittelnde Größe, zeigt in eine andere Richtung wie v. Aus den beiden Größen entsteht nun eine Kraftwirkung auf die Ladungen im Leiter, die so gerichtet ist, dass ein Strom fließt, der gegen die Ursache (Bewegung des Leiters mit v) gerichtet ist. Diese Kraft F_{q+} steht senkrecht auf v und B.





$$\vec{F}_{q+} = q.\vec{v} \times \vec{B}$$

6 Literaturhinweise

6.1 Biografien

Ernst Peter Fischer:	Der Physiker – Max Planck und der Zerfall der Welt. Siedler Verlag, München 2007.
Ernst Peter Fischer:	Niels Bohr - Physiker und Philosoph des Atomzeitalters. Siedler Verlag, München 2012.
Margarete Cheney:	Nikola Tesla - Erfinder Magier Prophet. Omega Verlag, Aachen 2009.

6.2 Populärwissenschaftliche Literatur zur Physik

Peter Atkins:	Galileos Finger – Die zehn großen Ideen der Naturwissenschaft. J. G. Cotta'sche Buchhandlung Nachfolger GmbH, Stuttgart 2006.
Richard P. Feynman:	Was soll das alles? Gedanken eines Physikers. Piper Verlag, München 1999.
Richard P. Feynman:	Sechs physikalische Fingerübungen. Piper Verlag, München 2002.
Robert Gilmore:	Die geheimnisvollen Visionen des Herrn S. Ein physikalisches Märchen nach Charles Dickens. Birkhauserverlag, Basel 1996.
Hans Graßmann:	Alles Quark? Ein Physikbuch. Rowohlt Verlag, Berlin 2000.
Hans Graßmann:	Das Top Quark, Picasso und Mercedes-Benz oder Was ist Physik. Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH, Berlin 1999.
Reinhard Grießhammer:	Ätzend: Ein Chemiebuch. Rowohlt Verlag, Berlin 2000.
Stephen Hawking:	Das Universum in der Nußschale. Hoffmann und Campe, Hamburg 2001.
Stephen Hawking:	Die illustrierte kurze Geschichte der Zeit. Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH, Reinbeck bei Hamburg 2002.
David Lindley:	Die Unbestimmbarkeit der Welt - Heisenberg und der Kampf um die Seele der Physik. Deutsche Verlags-Anstalt, München 2008.
Erik Newth:	Die Jagd nach der Wahrheit. Carl Hanser Verlag, München, Wien 1998.
Richard von Schirach:	Die Nacht der Physiker – Heisenberg, Hahn, Weizsäcker und die deutsche Bombe. Bernberg Verlag, Berlin 2013.
Bernd Schuh:	Naturwissenschaftler – Von Aristoteles bis Crick & Whatson. Gerstenberg Verlag, Hildesheim 2006.
Emilio Segrè:	Die großen Physiker und ihre Entdeckungen – Von Galilei bis Bolzmann. Piper Verlag, München 2004.
Gerhard Staguhn:	Die Jagd nach dem kleinsten Baustein der Welt. Carl Hanser Verlag, München, Wien 2000.
Gerhard Staguhn:	Die Rätsel des Universums. Carl Hanser Verlag, München, Wien 1998.

Carl Friedrich von Weizsäcker:	Große Physiker – Von Aristoteles bis Werner Heisenberg. Carl Hanser Verlag, München, Wien 1999.
David Bodanis:	Das Universum des Lichts - Von Edisons Traum bis zur Quantenstrahlung. Rowohlt Taschenbuch Verlag, 2006.

6.3 Wissenschaftliche Literatur

Richard P. Feynman, Robert B Leighton, Matthew Sands:	Vorlesungen über Physik, Band I, II, III, Feynman, Leighton, Sands, Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München. Band 1 Mechanik, Strahlung, 2001. Band 2 Elektromagnetismus und Struktur der Materie, 2001. Band 3 Quantenmechanik, 1999.
Werner Kinnebrock:	Bedeutende Theorien des 20. Jahrhunderts, Ein Vorstoß zu den Grenzen von Berechenbarkeit und Erkenntnis. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, München, Wien 2002.
M. N. Rudden, J. Wilson:	Elementare Festkörperphysik und Halbleiterelektronik. Spektrum Akademischer Verlag GmbH, Heidelberg, Berlin, Oxford, 1995.
Hugh D. Young, Roger A. Freedmann:	University Physics. Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1996.